STE303 - Année 2010-2011
`http://www.math.u-bordeaux1.fr/~fgaunard`

**FEUILLE D'EXERCICES N°1 : ALGÈBRE LINÉAIRE** (1)

**Exercice 1.** Pour chacun des cas suivants, indiquer si $F$ est un sous-espace vectoriel de $E$ :

- $E = \mathbb{R}^3$ $\qquad F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \ x = 0\}$;
- $E = \mathbb{R}^3$ $\qquad F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \ y = 1\}$;
- $E = \mathbb{R}^3$ $\qquad F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \ x = y \text{ et } z = 0\}$;
- $E = \mathbb{R}^3$ $\qquad F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \ x + y - z = 0\}$;
- $E = \mathbb{R}^2$ $\qquad F = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \ xy = 0\}$;
- $E = \mathbb{R}^3$ $\qquad F = \{(\alpha, 0, -\alpha) : \ \alpha \in \mathbb{R}\}$;
- $E = \mathbb{R}^3$ $\qquad F = \{(\alpha + \beta, \alpha - \beta, \alpha) : \ (\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2\}$;
- $E = \mathbb{R}^3$ $\qquad F = \{(\alpha + 1, \alpha - 1, \alpha) : \ \alpha \in \mathbb{R}\}$;

**Exercice 2.** Soit $G = \Big\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \ (x + y - 2z)^2 + (2x - y + z)^2 = 0\Big\}$. Montrer que $G$ est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$.

**Exercice 3.** Etudier l'ensemble des solutions des systèmes suivants :

$$(1) \qquad \left\{ \begin{array}{rcl} x + 2y + z & = & 1 \\ 2x + 3y - z & = & 4 \\ 3x + y - z & = & 2 \end{array} \right.$$

$$(2) \qquad \left\{ \begin{array}{rcl} 2x - y + z & = & 4 \\ -x + 3y - 5z & = & 1 \\ 8x - 9y + 13z & = & 2 \end{array} \right.$$

**Exercice 4.** Déterminer pour quelles valeurs des nombres réels $a$ et $b$ le système d'équations

$$\left\{ \begin{array}{rcl} x + ay + z & = & 3 \\ x + 2ay + z & = & 4 \\ x + y + bz & = & 3 \end{array} \right.$$

a zéro, une ou une infinité de solutions réelles.

**Exercice 5.** Soient $a$ et $b$ deux nombres réels. Etudier l'ensemble des solutions réelles du système d'équations

$$\left\{ \begin{array}{rcl} x - 2y + t & = & a \\ x - y - z + 4t & = & b \\ x - 3y + z - 2t & = & 2a - b \end{array} \right.$$