

## FEUILLE D'EXERCICES N°5 : PROBABILITÉS ELÉMENTAIRES

SVE 101 - ANNÉE 2010/2011

**Exercice 1.** Trouver l'univers  $\Omega$  correspondant à l'expérience suivante :

- (1) On lance deux dés à 6 faces et on observe les deux faces supérieures;
- (2) On tire simultanément 3 cartes d'un jeu de 32;
- (3) On tire une carte d'un jeu de 32 puis on la remet. On mélange, on en tire en seconde. On réitère le processus pour en tirer une troisième;
- (4) On lance une pièce de monnaie et on s'arrête au premier "pile"

**Exercice 2.** Soient  $A, B, C$  trois évènements d'un univers  $\Omega$ . Traduire en termes ensemblistes les évènements suivants :

- (1)  $E_1$  = "Les trois évènements sont réalisés";
- (2)  $E_2$  = "A et B sont réalisés";
- (3)  $E_3$  = "Seuls A et B sont réalisés";
- (4)  $E_4$  = "Deux des trois évènements au plus sont réalisés";
- (5)  $E_5$  = "Au moins un des trois évènements est réalisé".

**Exercice 3.** Soient  $A, B$  et  $C$  trois événements d'un univers  $\Omega$ .

- (1) Montrer que  $A \cap B = B$  et  $A \cup B = A$  entraînent chacun  $B \subset A$ .
- (2) On suppose que  $A \cap (B \cup C) = \emptyset$ . Montrer que la réalisation de  $A$  entraîne celle de  $B$  et celle de  $C$ .

**Exercice 4.** Soit  $\Omega$  un univers donné. Soient  $A$  et  $B$  deux évènements de cet univers. Peut-on avoir simultanément:

$$\begin{array}{lll} P(A) = 0.9 & P(B) = 0.3 & A \cap B = \emptyset ? \\ P(A) = 0.9 & P(B) = -0.5 ? & \\ P(A) = 0.8 & P(B) = 0.4 & P(A \cap B) = 0.2 ? \\ P(A) = 0.9 & P(B) = 0.3 & P(A \cap B) = 0.1 ? \\ P(A) = 0.9 & P(B) = 0.3 & P(A \cap B) = 0.3 ? \end{array}$$

**Exercice 5.** Soient deux évènements  $A$  et  $B$  de  $\Omega$  tels que :

$$P(A) = \frac{5}{8}, \quad P(A \cup B) = \frac{7}{8} \quad P(A \cap B) = \frac{1}{4}.$$

- (1) Calculer  $P(B)$ ;
- (2)  $A$  et  $B$  sont-ils indépendants ?

**Exercice 6.** On considère une course de quatre chevaux  $A, B, C$  et  $D$  et on sait que  $A$  et  $D$  ont la même chance de gagner, que  $B$  a deux fois moins de chances de gagner que  $A$  et deux fois plus de chances de gagner que  $C$ .

- (1) Calculer la probabilité qu'a chaque cheval de gagner;

(2) Les quatre chevaux courent trois courses (indépendantes). Quelle est la probabilité pour que l'écurie  $E$  formée des chevaux  $A$  et  $D$ ,

- (i) ne gagne jamais;
- (ii) gagne au moins une fois ?

**Exercice 7.** (*Extrait du DS1 d'Octobre 2008*)

Lorsque le boulanger prépare son pain, il peut survenir des problèmes de fabrication. Pour un jour donné :

- 20% des clients de cette boulangerie trouvent leur pain trop dense;
- 10% trouvent le pain trop salé mais de densité normale;
- 5% le trouvent à la fois trop salé et trop dense.

- (1) Quelle est la probabilité qu'un client pris au hasard trouve son pain salé ce jour là ?
- (2) Quelle est la probabilité qu'un client pris au hasard ne se plaigne pas ni de la densité, ni du sel ce jour là ?

**Exercice 8.** (*Dénombrement*)

- (1) Combien de groupes de 3 étudiants peut-on constituer dans une classe de 24 ?
- (2) Combien de podiums de 3 étudiants peut-on constituer dans une classe de 24 ?
- (3) Au loto, on tire 6 boules parmi 49, combien de résultats possibles ?
- (4) On dispose 5 outils différents que l'on peut ranger dans 7 casiers différents de façon tout à fait quelconque. Déterminer le nombre de façons de ranger les outils sans qu'ils soient tous dans le même casier.
- (5) Un groupe de 10 petits enfants sages comprend 5 garçons et 5 filles. De combien de façon peut-on les classer ? Combien y a-t-il de classements qui alternent un garçon et une fille ?

**Exercice 9.** Un professeur distribue 10 copies à 10 étudiants, dont José et Josette.

- (1) Quelle est la probabilité que chaque étudiant reçoive sa propre copie ?
- (2) Quelle est la probabilité que José reçoive sa propre copie ?
- (3) Quelle est la probabilité que José et Josette reçoivent chacun leur propre copie ?

**Exercice 10.** Dans un laboratoire, le matériel provient de deux usines (notées  $A$  et  $B$ ).  $A$  fournit 60% du matériel et  $B$  le reste. Le matériel provenant de  $A$  est défectueux à 10% contre 20% pour celui provenant de  $B$ .

- (1) Quel est le pourcentage total de matériel défectueux ?
- (2) Parmi les appareils non défectueux, quel est le pourcentage de ceux provenant de  $A$  ?

**Exercice 11.** Quelle est la probabilité que dans un groupe de 24 étudiants, au moins deux d'entre eux aient la même date d'anniversaire ? (On suppose naturellement que personne n'est né le 29 Février et que les naissances sont réparties uniformément sur l'année).

**Exercice 12.** Une urne contient 5 boules blanches et 10 boules noires. On tire au hasard deux fois une boule de l'urne en remettant la boule après tirage.

- (1) Quelle est la probabilité d'obtenir d'abord une boule blanche et ensuite une boule noire ?
- (2) Quelle est la probabilité d'obtenir une boule blanche et une boule noire ?

(3) Mêmes questions si les tirages se font sans remise.

**Exercice 13.** On constitue une file d'attente en distribuant au hasard un numéro d'ordre à 10 personnes.

- (1) Quelle est la probabilité que deux amis soient voisins dans la file d'attente ?
- (2) Quelle est la probabilité que deux amis soient séparés par 2 personnes ? par 6 personnes ? par 10 personnes ?

**Exercice 14.** Un code informatique est composé de 9 chiffres.

- (1) On suppose que les 9 chiffres sont distincts. Les connaissant, quelle est la probabilité de trouver le bon code en faisant la combinaison au hasard ?
- (2) On ne suppose plus que les chiffres sont distincts. Un pirate connaît les chiffres utilisés (uniquement ceux de 1 à 6) et ceux qui sont répétés (uniquement 1 et 2). Quelle est la probabilité de réussite en faisant un code au hasard ?