

FEUILLE D'EXERCICES N°5 : PROBABILITÉS ELÉMENTAIRES

SVE 101 - ANNÉE 2010/2011

Exercice 1. Trouver l'univers Ω correspondant à l'expérience suivante :

- (1) On lance deux dés à 6 faces et on observe les deux faces supérieures;
- (2) On tire simultanément 3 cartes d'un jeu de 32;
- (3) On tire une carte d'un jeu de 32 puis on la remet. On mélange, on en tire en seconde. On réitère le processus pour en tirer une troisième;
- (4) On lance une pièce de monnaie et on s'arrête au premier "pile"

Exercice 2. Soient A, B, C trois évènements d'un univers Ω . Traduire en termes ensemblistes les évènements suivants :

- (1) E_1 = "Les trois évènements sont réalisés";
- (2) E_2 = "A et B sont réalisés";
- (3) E_3 = "Seuls A et B sont réalisés";
- (4) E_4 = "Deux des trois évènements au plus sont réalisés";
- (5) E_5 = "Au moins un des trois évènements est réalisé".

Exercice 3. Soient A, B et C trois événements d'un univers Ω .

- (1) Montrer que $A \cap B = B$ et $A \cup B = A$ entraînent chacun $B \subset A$.
- (2) On suppose que $A \cap (B \cup C) = \emptyset$. Montrer que la réalisation de A entraîne celle de B et celle de C .

Exercice 4. Soit Ω un univers donné. Soient A et B deux évènements de cet univers. Peut-on avoir simultanément:

$$\begin{array}{lll} P(A) = 0.9 & P(B) = 0.3 & A \cap B = \emptyset ? \\ P(A) = 0.9 & P(B) = -0.5 ? & \\ P(A) = 0.8 & P(B) = 0.4 & P(A \cap B) = 0.2 ? \\ P(A) = 0.9 & P(B) = 0.3 & P(A \cap B) = 0.1 ? \\ P(A) = 0.9 & P(B) = 0.3 & P(A \cap B) = 0.3 ? \end{array}$$

Exercice 5. Soient deux évènements A et B de Ω tels que :

$$P(A) = \frac{5}{8}, \quad P(A \cup B) = \frac{7}{8} \quad P(A \cap B) = \frac{1}{4}.$$

- (1) Calculer $P(B)$;
- (2) A et B sont-ils indépendants ?

Exercice 6. On considère une course de quatre chevaux A, B, C et D et on sait que A et D ont la même chance de gagner, que B a deux fois moins de chances de gagner que A et deux fois plus de chances de gagner que C .

- (1) Calculer la probabilité qu'a chaque cheval de gagner;

(2) Les quatre chevaux courent trois courses (indépendantes). Quelle est la probabilité pour que l'écurie E formée des chevaux A et D ,

- (i) ne gagne jamais;
- (ii) gagne au moins une fois ?

Exercice 7. (*Extrait du DS1 d'Octobre 2008*)

Lorsque le boulanger prépare son pain, il peut survenir des problèmes de fabrication. Pour un jour donné :

- 20% des clients de cette boulangerie trouvent leur pain trop dense;
- 10% trouvent le pain trop salé mais de densité normale;
- 5% le trouvent à la fois trop salé et trop dense.

(1) Quelle est la probabilité qu'un client pris au hasard trouve son pain salé ce jour là ?

(2) Quelle est la probabilité qu'un client pris au hasard ne se plaigne pas ni de la densité, ni du sel ce jour là ?

Exercice 8. (*Dénombrement*)

(1) Combien de groupes de 3 étudiants peut-on constituer dans une classe de 24 ?

(2) Combien de podiums de 3 étudiants peut-on constituer dans une classe de 24 ?

(3) Au loto, on tire 6 boules parmi 49, combien de résultats possibles ?

(4) On dispose 5 outils différents que l'on peut ranger dans 7 casiers différents de façon tout à fait quelconque. Déterminer le nombre de façons de ranger les outils sans qu'ils soient tous dans le même casier.

(5) Un groupe de 10 petits enfants sages comprend 5 garçons et 5 filles. De combien de façon peut-on les classer ? Combien y a-t-il de classements qui alternent un garçon et une fille ?

Exercice 9. Un professeur distribue 10 copies à 10 étudiants, dont José et Josette.

(1) Quelle est la probabilité que chaque étudiant reçoive sa propre copie ?

(2) Quelle est la probabilité que José reçoive sa propre copie ?

(3) Quelle est la probabilité que José et Josette reçoivent chacun leur propre copie ?

Exercice 10. Dans un laboratoire, le matériel provient de deux usines (notées A et B). A fournit 60% du matériel et B le reste. Le matériel provenant de A est défectueux à 10% contre 20% pour celui provenant de B .

(1) Quel est le pourcentage total de matériel défectueux ?

(2) Parmi les appareils non défectueux, quel est le pourcentage de ceux provenant de A ?

Exercice 11. Quelle est la probabilité que dans un groupe de 24 étudiants, au moins deux d'entre eux aient la même date d'anniversaire ? (On suppose naturellement que personne n'est né le 29 Février et que les naissances sont réparties uniformément sur l'année).

Exercice 12. Une urne contient 5 boules blanches et 10 boules noires. On tire au hasard deux fois une boule de l'urne en remettant la boule après tirage.

(1) Quelle est la probabilité d'obtenir d'abord une boule blanche et ensuite une boule noire ?

(2) Quelle est la probabilité d'obtenir une boule blanche et une boule noire ?

(3) Mêmes questions si les tirages se font sans remise.

Exercice 13. On constitue une file d'attente en distribuant au hasard un numéro d'ordre à 10 personnes.

- (1) Quelle est la probabilité que deux amis soient voisins dans la file d'attente ?
- (2) Quelle est la probabilité que deux amis soient séparés par 2 personnes ? par 6 personnes ? par 10 personnes ?

Exercice 14. Un code informatique est composé de 9 chiffres.

- (1) On suppose que les 9 chiffres sont distincts. Les connaissant, quelle est la probabilité de trouver le bon code en faisant la combinaison au hasard ?
- (2) On ne suppose plus que les chiffres sont distincts. Un pirate connaît les chiffres utilisés (uniquement ceux de 1 à 6) et ceux qui sont répétés (uniquement 1 et 2). Quelle est la probabilité de réussite en faisant un code au hasard ?