

Exercice 1 Soit $n \in \mathbf{N}^*$.

(i) Démontrez par récurrence que

$$\sum_{k=1}^n (-1)^k k = \begin{cases} \frac{n}{2} & \text{si } n \text{ pair} \\ -\frac{n+1}{2} & \text{si } n \text{ impair.} \end{cases}$$

(ii) Démontrez par récurrence que

$$\sum_{k=1}^n (-1)^k k^2 = \begin{cases} \frac{n(n+1)}{2} & \text{si } n \text{ pair} \\ -\frac{n(n+1)}{2} & \text{si } n \text{ impair.} \end{cases}$$

(iii) Trouvez une formule compacte pour

$$\sigma(n) = \sum_{k=1}^n \{2 + (-1)^k [3k + 5k^2]\}$$

et utilisez-la pour calculer $\sigma(10)$. (*Indication* : utilisez (i) et (ii))

Exercice 2 Déterminez la table de vérité de la proposition suivante :

$$((P \wedge \neg Q) \vee (Q \wedge \neg P)) \Leftrightarrow ((P \vee \neg Q) \wedge (Q \vee \neg P))$$