Exercice 1 Soit x un nombre réel différent de 1.

- (i) Posons $\sigma_n = x + x^2 + \dots + x^{n+1}$. Démontrez par récurrence que $\sigma_n = x \frac{x^{n+1}-1}{x-1}$, pour tout $n \geq 1$.
- (ii) Posons $S_n = 1x + 2x^2 + \dots + nx^n$. Démontrez que $S_{n+1} = xS_n + \sigma_n$, pour tout $n \geq 1$.
- (iii) Du point précédent, et en remarquant que $S_{n+1} = S_n + (n+1)x^{n+1}$, déduisez une formule compacte pour S_n et démontrez-la par récurrence.

Exercice 2 Déterminez la table de vérité de la proposition suivante :

$$((P \wedge \neg Q) \Leftrightarrow (Q \wedge \neg P)) \vee ((P \vee \neg Q) \Leftrightarrow (Q \vee \neg P))$$