

Ex. 1.1.

P	Q	$Q \Rightarrow P$	$P \Rightarrow (Q \Rightarrow P)$
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	F	V
F	F	V	V

 $P \Rightarrow (Q \Rightarrow P)$ tautologie

en effet

$$P \Rightarrow (Q \Rightarrow P) \equiv \neg P \vee (Q \Rightarrow P) \equiv \neg P \vee (\neg Q \vee P) \equiv \neg P \vee \neg Q \vee P \text{ tautologie.}$$

P	Q	$P \Rightarrow (Q \Rightarrow (P \wedge Q))$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	V

autre tautologie

P	Q	$(P \wedge Q) \Leftrightarrow (\neg(P \Rightarrow \neg Q))$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	V

autre tautologie.

a) $P \Leftrightarrow Q \equiv (P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge \neg Q)$ donc

$$\neg(P \Leftrightarrow Q) \equiv \neg(P \wedge Q) \wedge \neg(\neg P \wedge \neg Q)$$

$$\equiv (\neg P \vee \neg Q) \wedge (P \vee Q)$$

b) $\neg((P \vee Q) \Rightarrow Q) \equiv \neg(\neg(P \vee Q) \vee Q)$

$$\equiv (P \vee Q) \wedge \neg Q$$

$$\equiv (P \wedge \neg Q) \vee (Q \wedge \neg Q) \equiv P \wedge \neg Q$$

c) $\neg(P \Rightarrow (Q \Rightarrow R)) \equiv \neg(\neg P \vee \neg(Q \Rightarrow R)) \equiv \neg(\neg P \vee \neg(\neg Q \vee R))$

Ex. 1.2. $P \wedge (P \vee Q) \equiv P$ (car $P \wedge (P \vee Q) \equiv P \wedge P \vee P \wedge Q \equiv P \vee P \wedge Q \equiv P$)

~~$P \wedge (P \vee Q) \equiv P \wedge P \vee P \wedge Q \equiv P \vee P \wedge Q \equiv P$~~ car

P	Q	$P \wedge (P \vee Q)$
V	F	V
V	V	V
F	F	F
F	V	F

$$2) (P \wedge Q) \vee P \equiv P$$

P	Q	$(P \wedge Q) \vee P$
V	V	V
V	F	V
F	V	F
F	F	F

Ex. 1.3. $\neg(\neg P \wedge Q) = P \vee \neg Q$

$$\neg(P \vee (\neg Q)) = \neg P \wedge Q$$

$$\neg(\neg P \vee \neg Q) = P \wedge Q$$

Ex. 1.4. L'affirmation se réécrit:

(*) Si le calme n'est pas revenu, l'armée ne quittera le pays.

$p =$ "le calme revient" $q =$ "l'armée quitte le pays".

(*) est dit que $\neg p \Rightarrow \neg q$ est vraie, donc

$q \Rightarrow p$ (l'armée quitte le pays, donc le calme est revenu).

$\neg q \Rightarrow p$ et $p \Rightarrow q$ ne sont pas équivalentes à $q \Rightarrow p$.

Ex. 1.5. la première est la formule $(a > b) \Rightarrow (a < 2b)$

la deuxième: $(a > b) \wedge (a < 2b)$

la troisième: $((a > b) \wedge (a < 2b)) \vee (\neg(a > b) \wedge (b < 3a))$