FMI Exercices — Chapitre 1, Feuille 2

Quantificateurs

Ex. 1.6. 1) $\neg\big((x^2\geq 1 \wedge x^3<2)\vee(x^2\leq 9 \wedge x<0)\big) \equiv$

$\equiv \neg(x^2\geq 1 \wedge x^3<2) \wedge \neg(x^2\leq 9 \wedge x<0)$

$\equiv \big(\neg(x^2\geq 1) \vee \neg(x^3<2)\big) \wedge \big(\neg(x^2\leq 9) \vee \neg(x>0)\big)$

$\equiv (x^2<1 \vee x^3\geq 2) \wedge (x^2>9 \vee x\leq 0)$.

2) $\neg(\forall x\in\mathbb{R},\ x<1) \wedge \neg(x^2<1) \equiv (\forall\ \ldots) \wedge (x^2\geq 1)$

3) $\exists p\in\mathbb{N},\ \exists n\in\mathbb{Z},\ p<n.$

4) il existe un intervalle de $\mathbb{R}$ qui ne contient aucun élément de l'interv. $[0,1]$.

Ex. 1.7. $A\subset B \Leftrightarrow \forall x\in A,\ x\in B \Leftrightarrow \forall y\in E,\ (y\in A \Rightarrow y\in B)$. la dernière est vraie seulement dans le cas $A=B=E$, donc ~~pas~~ elle ne correspond pas à $A\subset B$.

Ex. 1.9. $\neg(\forall x\in\mathbb{R}^*,\ x^2>0) \equiv (\exists x\in\mathbb{R}^*,\ x^2\leq 0)$ faux donc p vraie

$\neg(\forall x\in\mathbb{R},\ x^2>0) \equiv (\exists x\in\mathbb{R},\ x^2\leq 0)$ $x=0$. $\Rightarrow p$ fausse

$\neg(\exists x\in\mathbb{R},\ x^2>0) \equiv (\forall x\in\mathbb{R},\ x^2\leq 0)$ p vraie

$\neg(\forall x\in\mathbb{R},\ \sqrt{x^2}=x) \equiv (\exists x\in\mathbb{R},\ \sqrt{x^2}\neq x)$ e.g. $x=-1$.

$\neg\ (\forall x\in\mathbb{R})\underbrace{(\exists y\in\mathbb{R})}_{\text{vrai}}(x+y=0) \equiv \underbrace{(\exists x\in\mathbb{R})(\forall y\in\mathbb{R})}_{\text{faux}}(x+y=0)$

$\neg\ \underbrace{(\exists y\in\mathbb{R})(\forall x\in\mathbb{R})}_{\text{faux}}(x+y=0) \equiv \underbrace{(\forall y\in\mathbb{R})(\exists x\in\mathbb{R})}_{\text{vrai}}(x+y=0)$