

$$\varphi: V \longrightarrow W$$

dim = n dim = m

on fixe

B_B $U = (v_1, \dots, v_n)$ base de V $W = (w_1, \dots, w_m)$ base de W

$$v_1 \xrightarrow{\varphi} \varphi(v_1) = a_{11}w_1 + a_{12}w_2 + \dots + a_{m1}w_m$$

$$v_2 \xrightarrow{\varphi} \varphi(v_2) = a_{12}w_1 + a_{22}w_2 + \dots + a_{m2}w_m$$

$$\vdots$$

$$v_n \xrightarrow{\varphi} \varphi(v_n) = a_{1n}w_1 + a_{2n}w_2 + \dots + a_{mn}w_m$$

$$M_{U,W}(\varphi) = \begin{pmatrix} \varphi(v_1) & \varphi(v_2) & \dots & \varphi(v_n) \\ a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Ainsi : si $v \in V$, $v = \kappa_1 v_1 + \dots + \kappa_n v_n$

$$\Rightarrow \varphi(v) = \kappa_1 \varphi(v_1) + \dots + \kappa_n \varphi(v_n) = \kappa_1 (a_{11}w_1 + \dots + a_{m1}w_m) + \dots + \kappa_n (a_{1n}w_1 + \dots + a_{mn}w_m) =$$

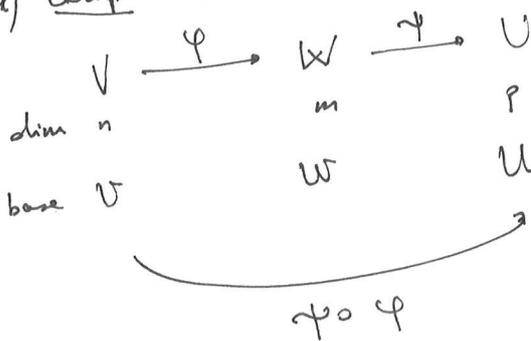
$$= (\kappa_1 a_{11} + \kappa_2 a_{12} + \dots + \kappa_n a_{1n}) w_1 + \dots + (\kappa_1 a_{m1} + \dots + \kappa_n a_{mn}) w_m$$

c-à-d si $v \xrightarrow{\varphi} \begin{pmatrix} \kappa_1 \\ \vdots \\ \kappa_n \end{pmatrix}$ alors $\varphi(v) \leftrightarrow M_{U,W}(\varphi) \cdot \begin{pmatrix} \kappa_1 \\ \vdots \\ \kappa_n \end{pmatrix}$
 en V en W .

$\boxed{\varphi(v) \leftrightarrow M_{U,W}(\varphi)}$ étant fixées U et W .

Composition et chang. de base :

i) Comp. d'app. = produit de matrices :

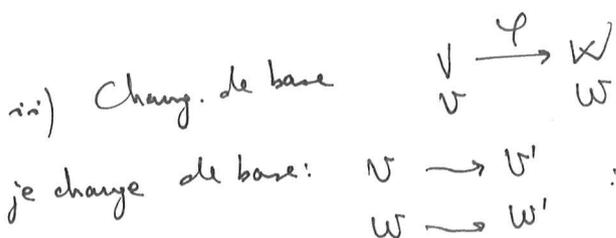


alors $\boxed{M_{U,U}(\psi \circ \varphi) = M_{W,U}(\psi) \cdot M_{U,W}(\varphi)}$

en particulier : φ bijective $\Leftrightarrow M_{U,W}(\varphi)$ inversible,

et $M_{W,U}(\varphi^{-1}) = (M_{U,W}(\varphi))^{-1}$.

a matrice $M_{U,W}(\varphi)$.



$\boxed{M_{U',W'}(\varphi) = M_{W,W'}(\text{id}) \cdot M_{U,W}(\varphi) \cdot M_{U,U'}(\text{id})}$

en particulier, $\varphi: V \rightarrow V$ endom, même base au départ et à l'arrivée,

$$\text{alors } M_{V', V'}(\varphi) = M_{V', V'}(\text{id}) \cdot M_{V, V'}(\varphi) \cdot M_{V', V}(\text{id})$$

$$\text{et } (M_{V', V'}(\text{id}))^{-1} = M_{V', V'}(\text{id}) \quad \text{matrices de passage.}$$

Nature de passage de V à V' : $M_{V', V}(\text{id}) =$ je prends les vecteurs de V' et je les exprime en fonction de V .

" " de V' à V : $M_{V, V'}(\text{id}) =$ je prends les vecteurs de V et je les exprime en fonction de V' .

Une est l'inverse de l'autre.