

Exercice 1 Calculer $\int_0^1 x^3 dx$, $\int_1^4 \frac{1}{x^2} dx$, $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$, $\int_1^4 \frac{1}{x\sqrt{x}} dx$.

Exercice 2 Déterminer les primitives des fonctions suivantes en précisant l'intervalle maximal de définition.

$$x \mapsto \cos(3x - 5), \quad x \mapsto \frac{x^2 - 3x + 4}{x}, \quad x \mapsto \frac{1}{x - 2}.$$

Exercice 3 Supposons que $\int_0^3 \sqrt{9 - x^2} dx = \frac{9\pi}{4}$ soit connue.

Soient $A = \int_0^3 (\sqrt{9 - x^2} - 3) dx$ et $B = \int_0^3 \frac{x^2}{\sqrt{9 - x^2} + 3} dx$. Calculer A , $A+B$ puis B .

Exercice 4 Calculer les primitives suivantes avec l'intégration par parties

$$\begin{array}{lll} \int x \sin x dx & \int 2xe^{-x} dx & \int \log(1+x) dx \\ \int 2x \log(x-5) dx & \int x \log^2(5x) dx & \int (x+1)^2 \cos x dx \\ \int 2x \arctan x dx & \int e^x \sin x dx & \int \sqrt{1-x^2} dx \end{array}$$

Exercice 5 Calculer les primitives suivantes avec l'intégration par changement de variables

i) $\int \sqrt{1-x^2} dx$

ii) $\int \frac{dx}{\sqrt{3+x}}$

iii) $\int \frac{x}{\sqrt{x-1}} dx$

iv) $\int \frac{x}{\sqrt{x-1}} dx$

Exercice 6 Calculer $\int_0^1 e^{-x} dx$, $\int_0^1 xe^{2x} dx$, $\int_0^1 2x e^{x^2} dx$, $\int_0^1 e^x \sqrt{e^x + 3} dx$.

Exercice 7 Calculer

$$\int_2^3 x \sin(x^2) dx, \quad \int_2^3 \frac{x}{x^2-3} dx, \quad \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} dx, \quad \int_0^{\pi/3} \frac{\cos(x)}{1-\sin(x)} dx$$

$$\int_0^1 x^2 \sqrt{x^3 + 1} dx, \quad \int_0^{\pi/2} \sin(x) \cos(x) dx, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \int_0^x \frac{1}{1+t^2} dt, \quad \int_0^{\pi} \sin(\sqrt{x})/\sqrt{x} dx.$$

Exercice 8 Calculer la primitive suivante (on peut essayer de trouver une solution par parties *et* une solution par changement de variables) : $\int \frac{\log(x)}{x} dx$

Exercice 9 Déterminer deux réels a et b tels que l'on ait pour tout réel x différent de -1 et 5 : $\frac{1}{x^2 - 4x - 5} = \frac{a}{x + 1} + \frac{b}{x - 5}$. En déduire la valeur de l'intégrale $\int_0^2 \frac{1}{x^2 - 4x - 5} dx$.

Exercice 10 Calculer $\int_2^3 \frac{x}{x^2 - 3} dx$, $\int_1^2 \frac{x}{\sqrt{5 - x^2}} dx$ $\int_0^1 \frac{\cos(x)}{1 - \sin(x)^2} dx$

Exercice 11 Trouver les primitives $\int x^2 \sqrt{x^3 + 1} dx$, $\int \frac{x + 1}{x^2 + 2x + 2} dx$, $\int \sin(x) \cos(x) dx$

On pourra proposer deux raisonnements différents pour la dernière primitive.

Exercice 12 Soient $\lambda, T > 0$. Calculer $I(T) = \int_0^T \lambda e^{-\lambda t} dt$ et $E(T) = \int_0^T t \lambda e^{-\lambda t} dt$. étudier les limites de $I(T)$ et $E(T)$ quand T tend vers l'infini.

Exercice 13* Calculer les primitives $\int \frac{1}{\sin(x)} dx$, $\int \frac{1}{x \ln(x) \ln(\ln(x))} dx$,