Exercice 1 Soit f la fonction de deux variables définie par

$$f(x, y) = 3x^3 - 9x + y^2 + 2y$$

On veut étudier les points critiques de cette fonction.

1. Calculer les dérivées partielles $\partial f/\partial x(x, y)$ et $\partial f/\partial y(x, y)$.
2. Déterminer les (deux !) points critiques de f (Rappel : ce sont les points (x, y) t.q. $\partial f/\partial x(x, y) = \partial f/\partial y(x, y) = 0$).
3. Calculer les dérivées partielles secondes de f.
4. Dire, pour chaque point critique, s'il s'agit d'un minimum, d'un maximum ou d'un point selle pour f.

Exercice 2 Soit $D = [0, \pi/2] \times [-1, 1]$. Calculer

$$\int_D (y^2 \cos x - xe^y)\, dxdy$$

Exercice 3 On veut résoudre l'équation différentielle linéaire

$$y' = 3y + e^{4t}t. \tag{E}$$

1. écrire l'équation homogène (E_0) associée à (E).
2. résoudre l'èquation homogène.
3. trouver une solution particulière avec la méthode de variation de la constante (Rappel : $y_{part}(t) = C(t)y_0(t)$ où $C(t)$ est une primitive de $b(t)/y_0(t)$)
4. trouver une solution particulière de la forme $y_{part}(t) = e^{4t}(At + B)$.
5. écrire la solution générale de (E).
6. Résoudre le problème de Cauchy donné par l'équation (E) plus la condition initiale $y(0) = 1$.