

TD9 : Équations différentielles linéaires d'ordre 2 et diagonalisation

1. Équations

Résoudre les équations différentielles suivantes :

$$y'' + 2y' - 3y = -t + 1$$

$$y'' + 2y' - 3y = e^t$$

$$y'' + 2y' - 3y = -t + 1 + e^t + \cos(t)$$

$$y'' - 3y' = 3 + t^2$$

$$y'' - 6y' + 9y = 3 + e^{3t}$$

$$y'' + y = t + \sin(t)$$

2. Problèmes de Cauchy

Déterminer les solutions (uniques !) des équations de l'exercice précédent astreintes à satisfaire les conditions initiales

$$\begin{cases} y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}.$$

3. Diagonalisation

Diagonaliser les matrices suivantes :

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$