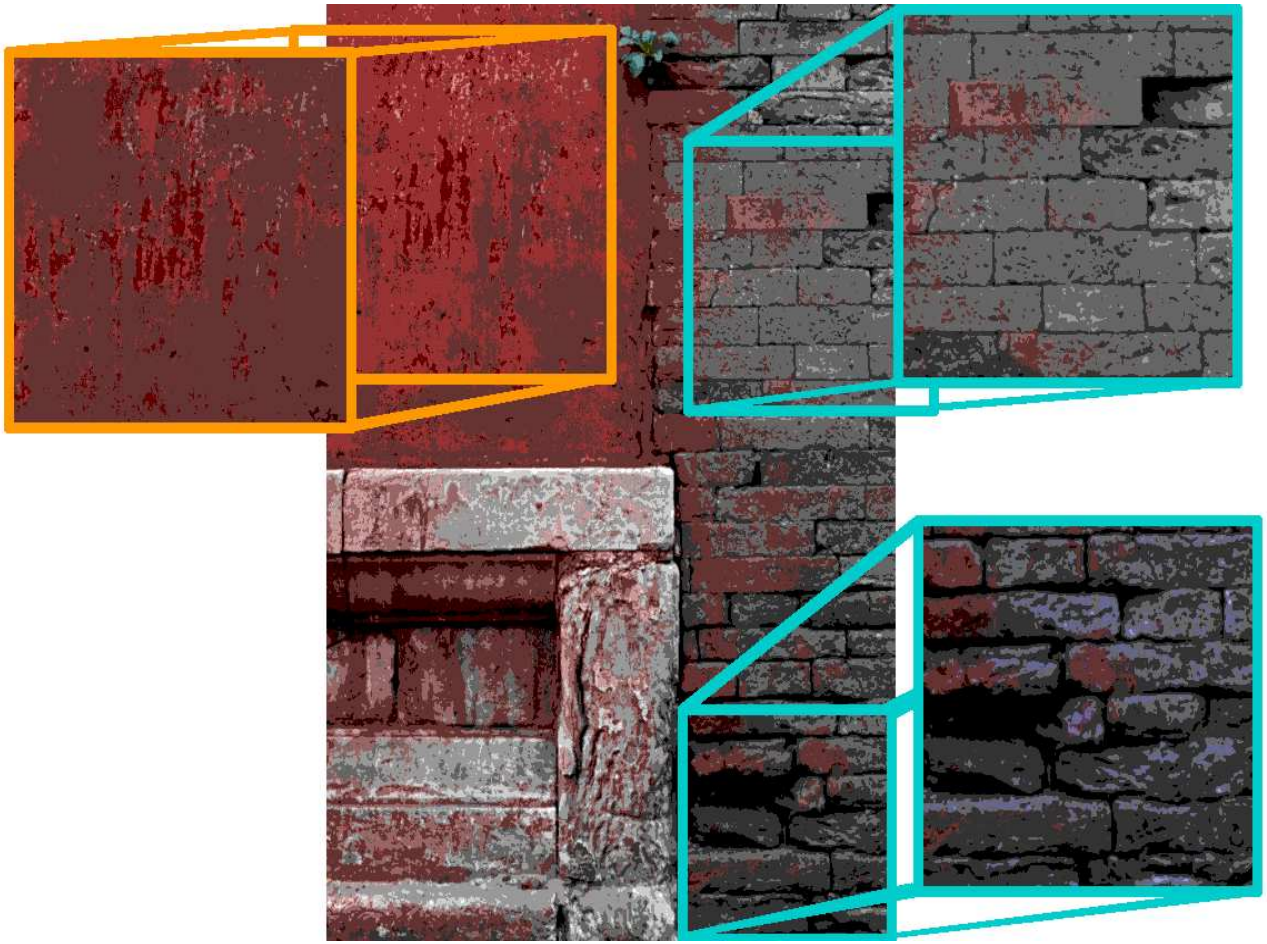
Classification d'images texturées par une approche barycentrique

Aurélien J. Schutz Yannick Berthoumieu

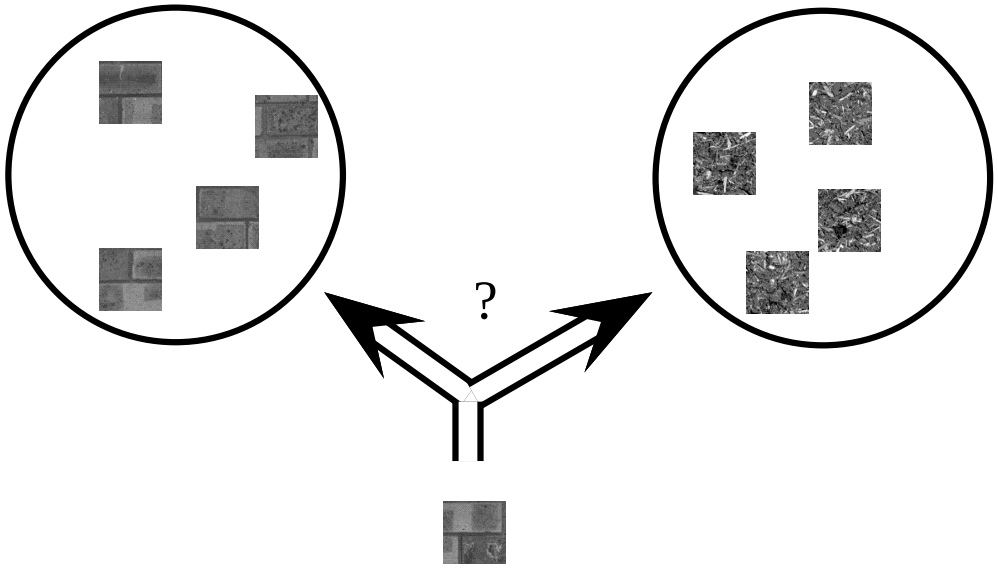
Laboratoire IMS - CNRS UMR5218, Groupe Signal

05 décembre 2012

Domaine d'application



Images texturées



Outils :

- Classification ;
- Modélisation ;
- Mesure de dissimilarité ;
- Image barycentrique

Plan de cette présentation

Introduction

Cadre
- Modélisation d'images texturées

Forme barycentrique

Application numérique

Conclusion

Etat de l'art

géométrique	fréquentiel
[Ausherman1972]	**[Mallat1989]**
▸ [Galloway1975]	[Do2002]
[Weszka1976]	[Varma2005]
[Conners1980]	[Peyré2011]

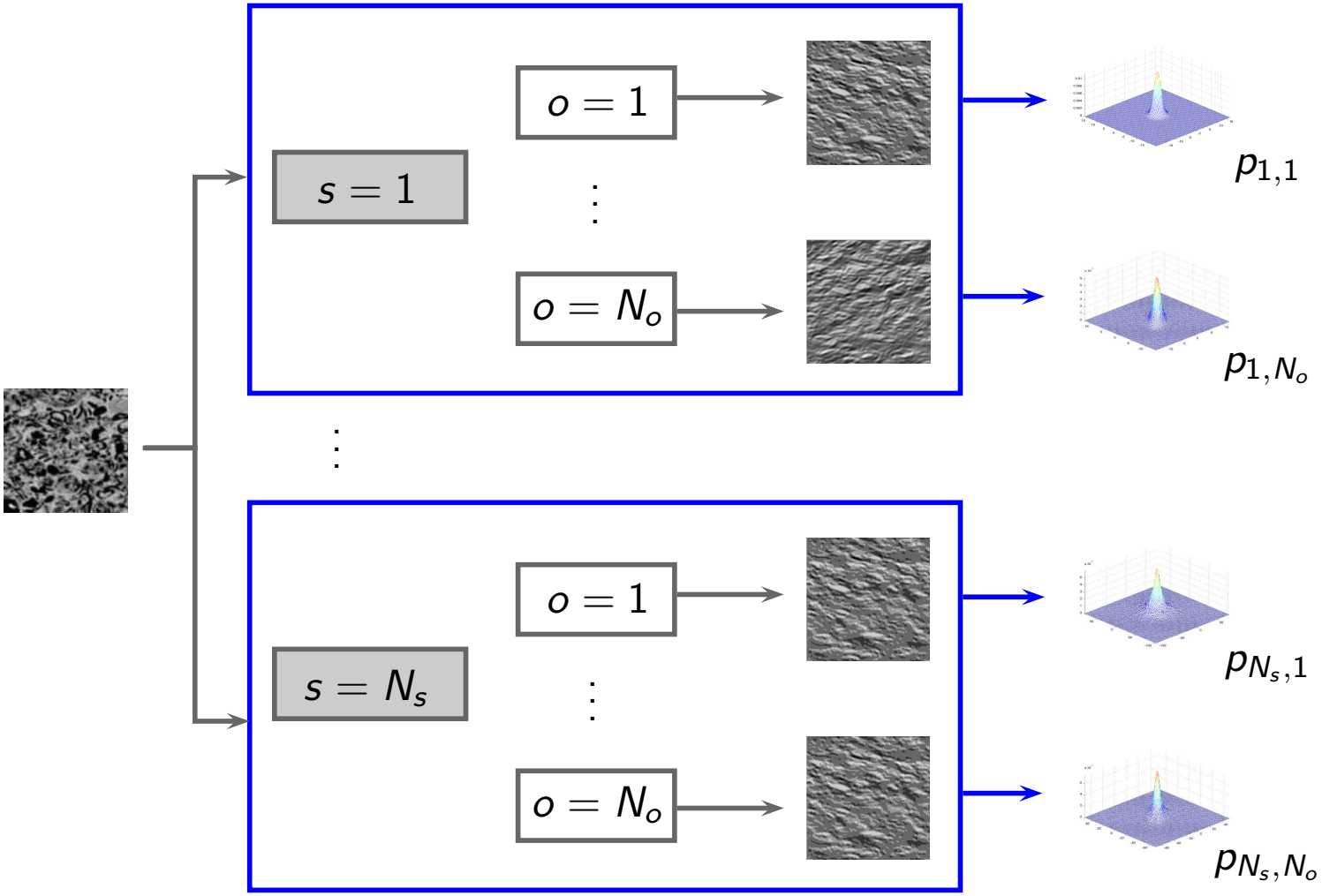
Etat de l'art

- **géométrique**
  [Ausherman1972]
  [Galloway1975]
  [Weszka1976]
  [Conners1980]
- **fréquentiel**
  [Mallat1989]
  [Do2002]
  [Varma2005]
  [Peyré2011]
- **non-paramétrique**
  [Kim2002]
  [Varma2005]
  [Peyré2011]
- **paramétrique**
  [Mallat1989]
  [Do2002]
  [Choy2007]

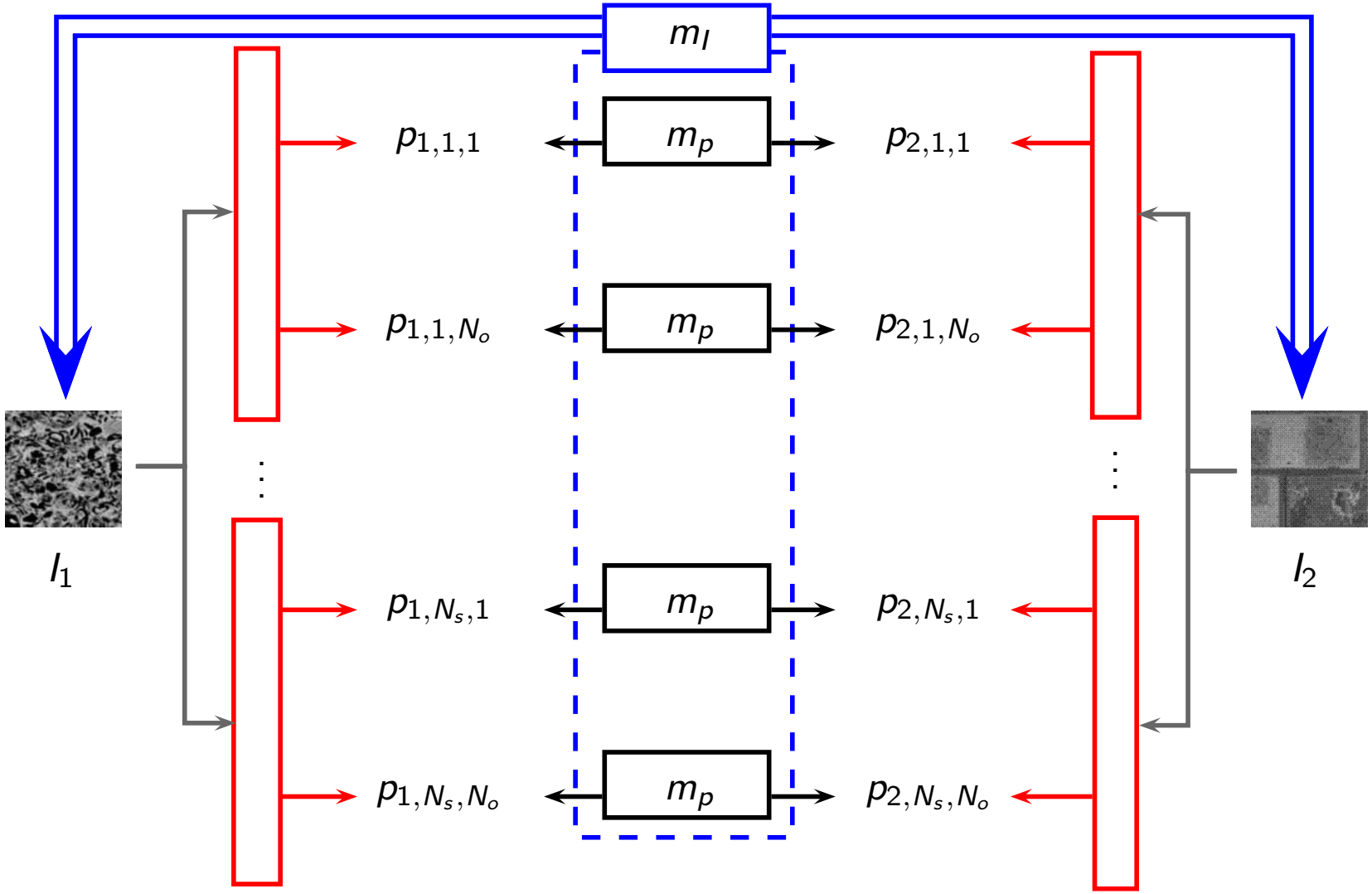
Etat de l'art

- **géométrique**
  [Ausherman1972]
  [Galloway1975]
  [Weszka1976]
  [Conners1980]
- **fréquentiel**
  [Mallat1989]
  [Do2002]
  [Varma2005]
  [Peyré2011]
- **non-paramétrique**
  [Kim2002]
  [Varma2005]
  [Peyré2011]
- **paramétrique**
  [Mallat1989]
  [Do2002]
  [Choy2007]
- **Euclidien**
  [Kim2002]
  [Varma2005]
- **Divergence**
  [Do2002]
  [Choy2007]

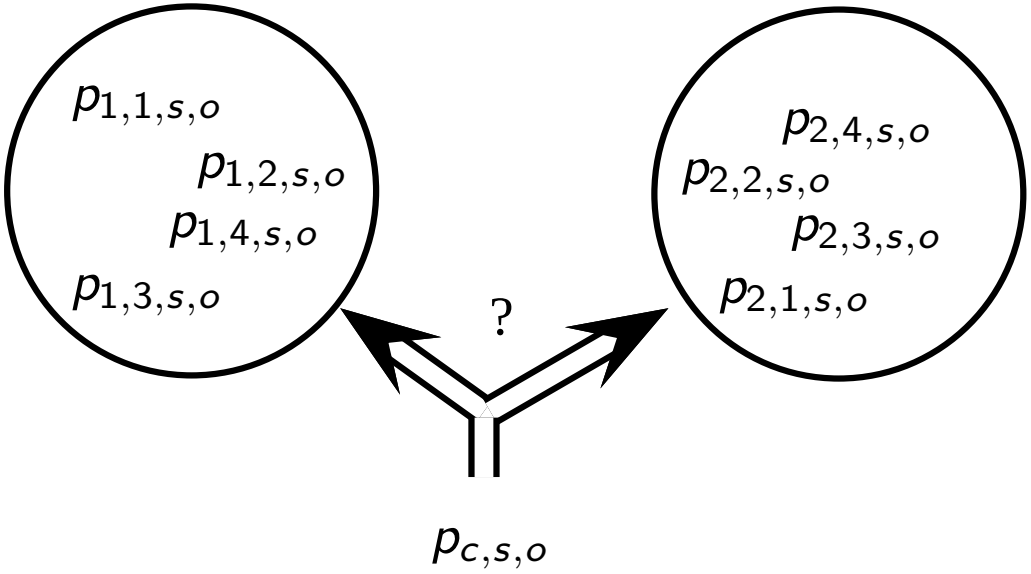
Décomposition en ondelettes



Modèle stochastique



Entre classes et échantillons



Nous avons :

- Classification ;
- Modélisation.

Outils à décrire :

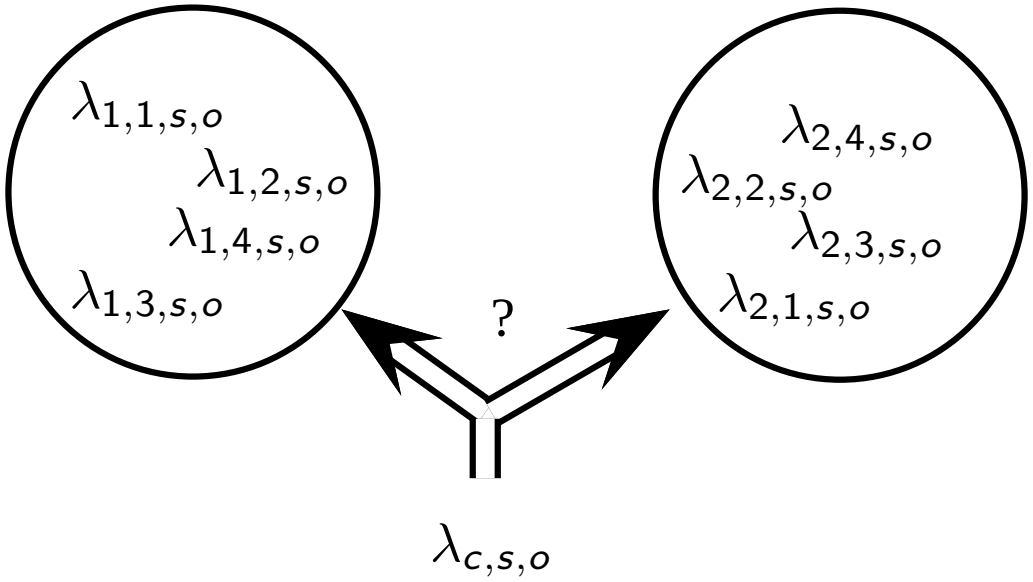
- Mesure de dissimilarité ;
- Image barycentrique

Modèle paramétrique

Soit $\mathcal{P}$ un **modèle paramétrique**. Nous pouvons alors estimer les paramètres $\lambda \in (\mathbb{R}_*^+)^d$ d'une distribution p.
Nous définissons la **variété stochastique** $\mathcal{M}$ par

$$\mathcal{M} = \{\lambda \mid p(\cdot;\lambda) \sim \mathcal{P}\}$$

avec $\lambda = (\lambda_{*,i})_{i=1}^d$.



Exemples de modèles paramétriques

	λ	$\mathcal{M}$
Student	k	$\mathbb{N}^*$
Exponentielle	l	$\mathbb{R}_*^+$
Gaussienne	(μ, σ)	$\mathbb{R} \times \mathbb{R}_*^+$
Gamma	(k, θ)	$(\mathbb{R}_*^+)^2$
Gaussienne Généralisée	(μ, α, β)	$\mathbb{R} \times (\mathbb{R}_*^+)^2$
Gaussienne multivariée	(μ, Σ)	$\mathbb{R}^n \times \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$
Mélange de k distributions	$(\lambda_i)_{i=1}^k$	$\mathcal{M}^k$

Introduction

Cadre

Forme barycentrique
- Comparaison d'images texturées et texture barycentrique
- Obtention de la texture barycentrique

Application numérique

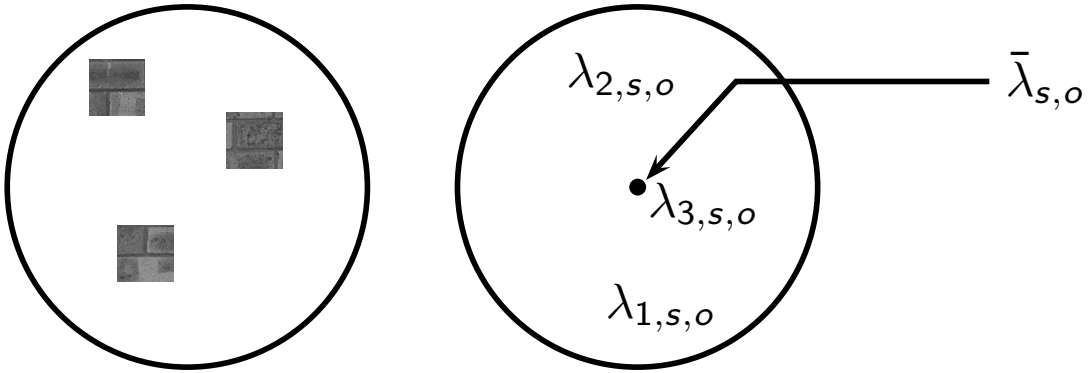
Conclusion

Barycentre

Définition

Soient m une mesure de dissimilarité sur $\mathcal{M}$ et $\Lambda = (\lambda_n)_{n=1}^N$ une collection de N paramètres de $\mathcal{M}$.
Le **barycentre** $\bar{\lambda}$ de la collection Λ vérifie :

$$\bar{\lambda} = \underset{\lambda}{\operatorname{argmin}} \sum_{n=1}^{N} w_n m(\lambda_n \| \lambda)$$



Espace images | Espace des paramètres sous-bande s, o | Barycentre sous-bande s, o

Image barycentrique

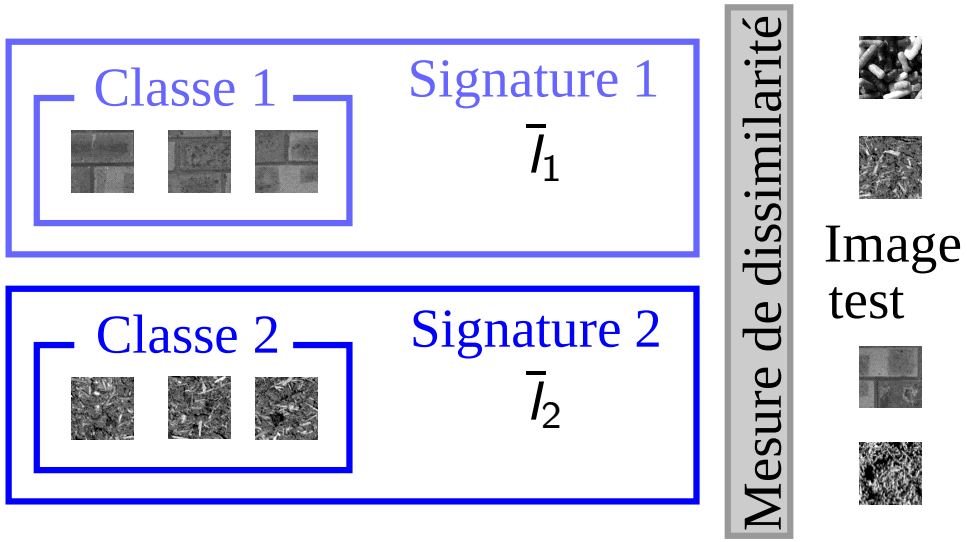
Définition

Soit $(I_{c,n})_{n=1}^{N}$ une collection de N images texturées venant de la classe c. L' **image barycentrique** $\bar{I}$ de la collection $(I_{c,n})_{n=1}^{N}$ est alors modélisée par :

$$\bar{T} = \left\{ \bar{\lambda}_{c,s,o} \mid \forall s \in 1, \ldots, N_s; o \in 1, \ldots, N_o \right\}$$

$\Rightarrow$ Problème convexe dans l'espace des distributions (m_p strictement convexe différentiable ...)

Classification d'images texturées



Pour $I_{1,n}$ l'une des N images de la classe 1, la **signature** s'obtient comme : soit m_I une mesure de dissimilarité,

$$\bar{I}_1 = \arg\min_{I} \sum_{n=1}^{N} w_n m_I(I_{1,n}, I).$$

Méthodes d'optimisation

- Le barycentre $\bar{\lambda}$ de la collection Λ

$$\bar{\lambda} = \underset{\lambda}{\operatorname{argmin}} \sum_{n=1}^{N} w_n m(\lambda_n \| \lambda),$$

  n'est pas explicite ;
- La fonction de coût :

$$l_\Lambda(\lambda) = \sum_{n=1}^{N} w_n m(\lambda_n \| \lambda).$$

Exemples de méthode d'optimisation

- Soit la suite $(\lambda_k)_{k=0}^{\infty}$ définie sur $\mathcal{M}$ par

$$\lambda_{k+1} = \mathrm{Proj}_{\mathcal{M}}(\lambda_k - \xi_k M_{\Lambda}^{-1}(\lambda_k)\nabla l_{\Lambda}(\lambda_k)), \tag{1}$$

avec la projection $\mathrm{Proj}_{\mathcal{M}}$ sur $\mathcal{M}$, un petit $\xi_k > 0$ et le gradient ∇l_{Λ}.

Exemples de méthode d'optimisation

- Soit la suite $(\lambda_k)_{k=0}^{\infty}$ définie sur $\mathcal{M}$ par

$$\lambda_{k+1} = \mathrm{Proj}_{\mathcal{M}}(\lambda_k - \xi_k M_\Lambda^{-1}(\lambda_k)\nabla l_\Lambda(\lambda_k)), \tag{1}$$

  avec la projection $\mathrm{Proj}_{\mathcal{M}}$ sur $\mathcal{M}$, un petit $\xi_k > 0$ et le gradient ∇l_Λ.
- Nous définissons alors les méthodes :

  Descente de gradient : M_Λ est la matrice identité ;

Exemples de méthode d'optimisation

- Soit la suite $(\lambda_k)_{k=0}^{\infty}$ définie sur $\mathcal{M}$ par

$$\lambda_{k+1} = \mathrm{Proj}_{\mathcal{M}}(\lambda_k - \xi_k M_\Lambda^{-1}(\lambda_k)\nabla l_\Lambda(\lambda_k)), \tag{1}$$

  avec la projection $\mathrm{Proj}_{\mathcal{M}}$ sur $\mathcal{M}$, un petit $\xi_k > 0$ et le gradient ∇l_Λ.
- Nous définissons alors les méthodes :

  Descente de gradient : M_Λ est la matrice identité ;
  Newton-Raphson : $M_\Lambda(\lambda) = \mathcal{H} l_\Lambda(\lambda)$ est la hessienne ;

Exemples de méthode d'optimisation

- Soit la suite $(\lambda_k)_{k=0}^{\infty}$ définie sur $\mathcal{M}$ par

$$\lambda_{k+1} = \mathrm{Proj}_{\mathcal{M}}(\lambda_k - \xi_k M_\Lambda^{-1}(\lambda_k)\nabla l_\Lambda(\lambda_k)), \tag{1}$$

  avec la projection $\mathrm{Proj}_{\mathcal{M}}$ sur $\mathcal{M}$, un petit $\xi_k > 0$ et le gradient ∇l_Λ.
- Nous définissons alors les méthodes :

  Descente de gradient : M_Λ est la matrice identité ;
  Newton-Raphson : $M_\Lambda(\lambda) = \mathcal{H} l_\Lambda(\lambda)$ est la hessienne ;
  Gradient naturel : $M_\Lambda(\lambda) = -G(\lambda)$ est l'opposé de la matrice d'information de Fisher.

Matrice d'information de Fisher

- Nous définissons alors les méthodes :

  Descente de gradient : M_Λ est la matrice identité ;
  Newton-Raphson : $M_\Lambda(\lambda) = \mathcal{H}l_\Lambda(\lambda)$ est la hessienne ;
  Gradient naturel : $M_\Lambda(\lambda) = -G(\lambda)$ est l'opposé de la matrice d'information de Fisher.

Définition

La **matrice d'information de Fisher** est définie pour une distribution paramétrique p par [Amari2007] :

$$G(\lambda) = \left[-\frac{\partial^2 \log p(x;\lambda)}{\partial \lambda_{*,i} \partial \lambda_{*,j}} \right]_{i,j=1}^{d}$$

Contenu

Introduction

Cadre

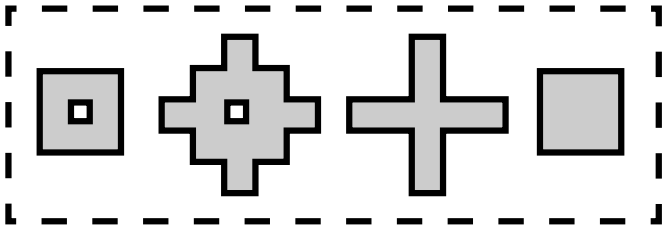
Forme barycentrique

Application numérique
- Choix de modélisation
- Résultats

Conclusion

Sélection du modèle paramétrique

- Cas univarié :
  - Weibull ;
  - Gaussienne Généralisée centrée [Do2002, Choy2007] ;
  - Gamma Généralisée [Choy2010] ;
  - Mélange de Gaussiennes généralisées [Allili2011].
- Cas multivarié :



  - Copule gaussienne [Stitou2009] ;
  - Spherically Invariant Random Vector [Bombrun2011].

Exemple : 1D-GGD Centrée

- Densité de probabilité de la Gaussienne généralisée centrée univariée : [Do2002]

$$p : x \longrightarrow \frac{1}{2\alpha\Gamma(1/\beta+1)} \exp\left\{-\left(\frac{|x|}{\alpha}\right)^{\beta}\right\}$$

- Divergence de Kullback-Leibler sur la variété :

$$\begin{aligned} \mathrm{KL}(p\|p') &= \log\left(\frac{\alpha'\Gamma(1/\beta'+1)}{\alpha\Gamma(1/\beta+1)}\right) - \\ &\quad \frac{1}{\beta} + \left(\frac{\alpha}{\alpha'}\right)^{\beta'} \frac{\Gamma((\beta'+1)/\beta)}{\Gamma(1/\beta)} \end{aligned}$$

- Ici $\lambda = (\alpha, \beta)^t \in \mathcal{M} = (\mathbb{R}_+^*)^2$.

Géométrie de l'information

- Bregman 1967, Csiszar 1974, Eguchi 1983, Tsallis 1998, Amari 2000-2009, Banerjee 2005
- La **divergence** vérifie [Amari2007] : $\forall \lambda, \lambda' \in \mathcal{M}$
  1. $D(\lambda \| \lambda') \geq 0$;
  2. $D(\lambda \| \lambda') = 0$ si et seulement si $\lambda = \lambda'$.
- La divergence est **orientée** : $D(\lambda \| \lambda')$ peut différer de $D(\lambda' \| \lambda)$; cela nous conduit à définir des barycentre symétriques :

Définition

La **divergence de Jeffrey** est obtenue par une symétrisation de la divergence de Kullback-Leibler :

$$Jef(p, p') = \mathrm{KL}(p \| p') + \mathrm{KL}(p' \| p)$$

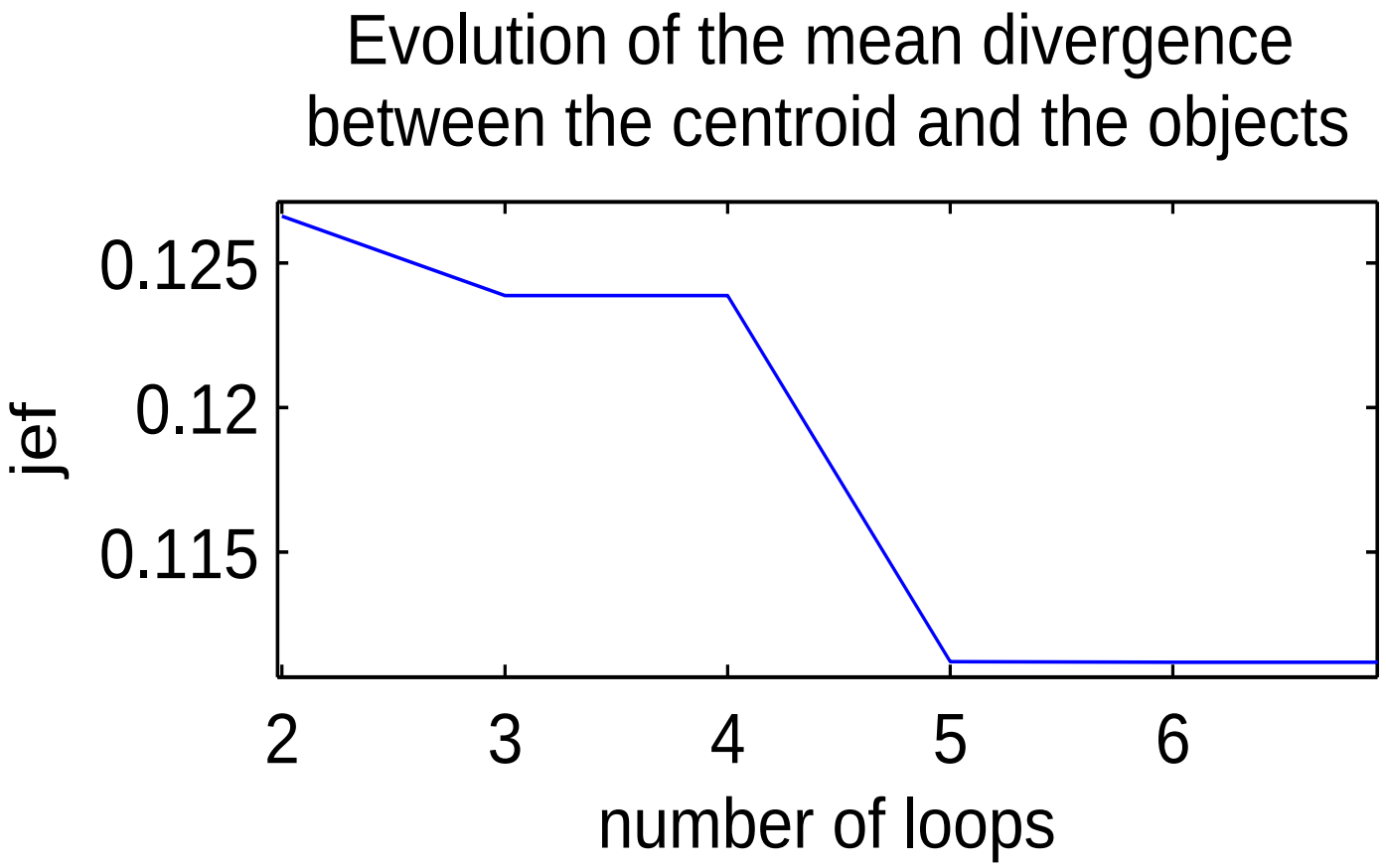
Barycentre euclidien

En sélectionnant la distance euclidienne usuelle sur $(\mathbb{R}_*^+)^d$ comme mesure de dissimilarité m, nous obtenons le **barycentre euclidien** :

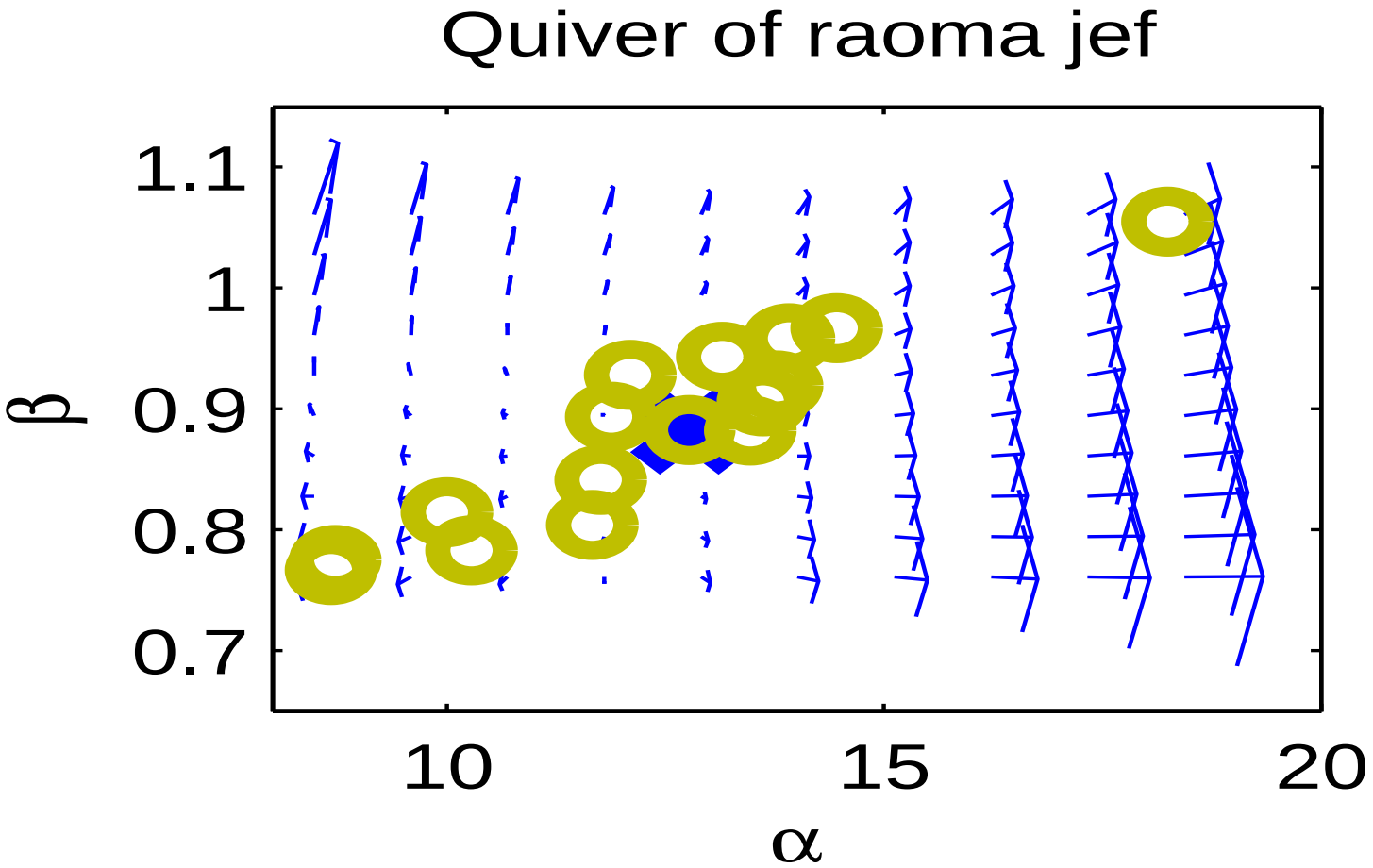
$$\bar{\lambda}_{euc} = \sum_{n=1}^{N} w_n \lambda_n \tag{2}$$

Il correspond parfaitement à l'idée usuelle que l'on se fait d'un barycentre.

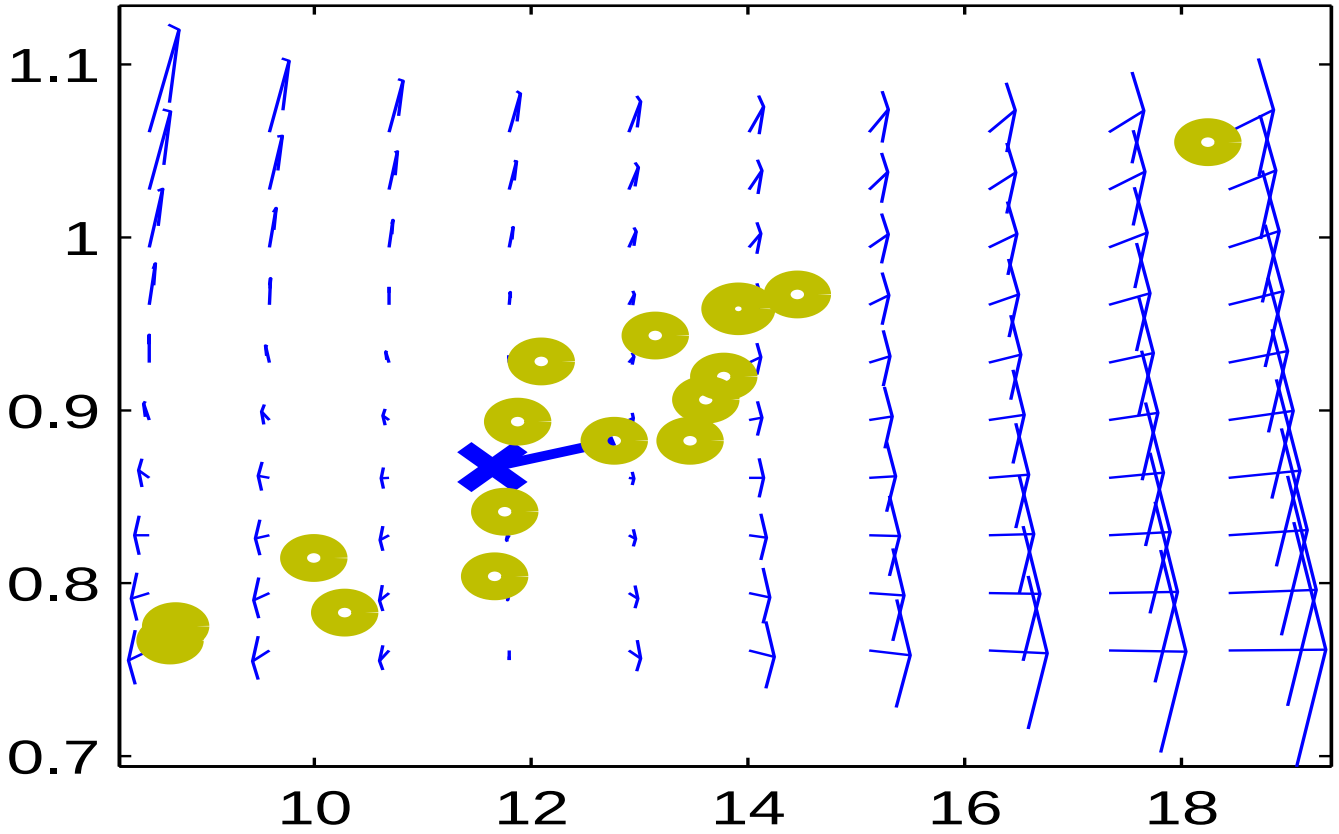
Convergence : vue similarité



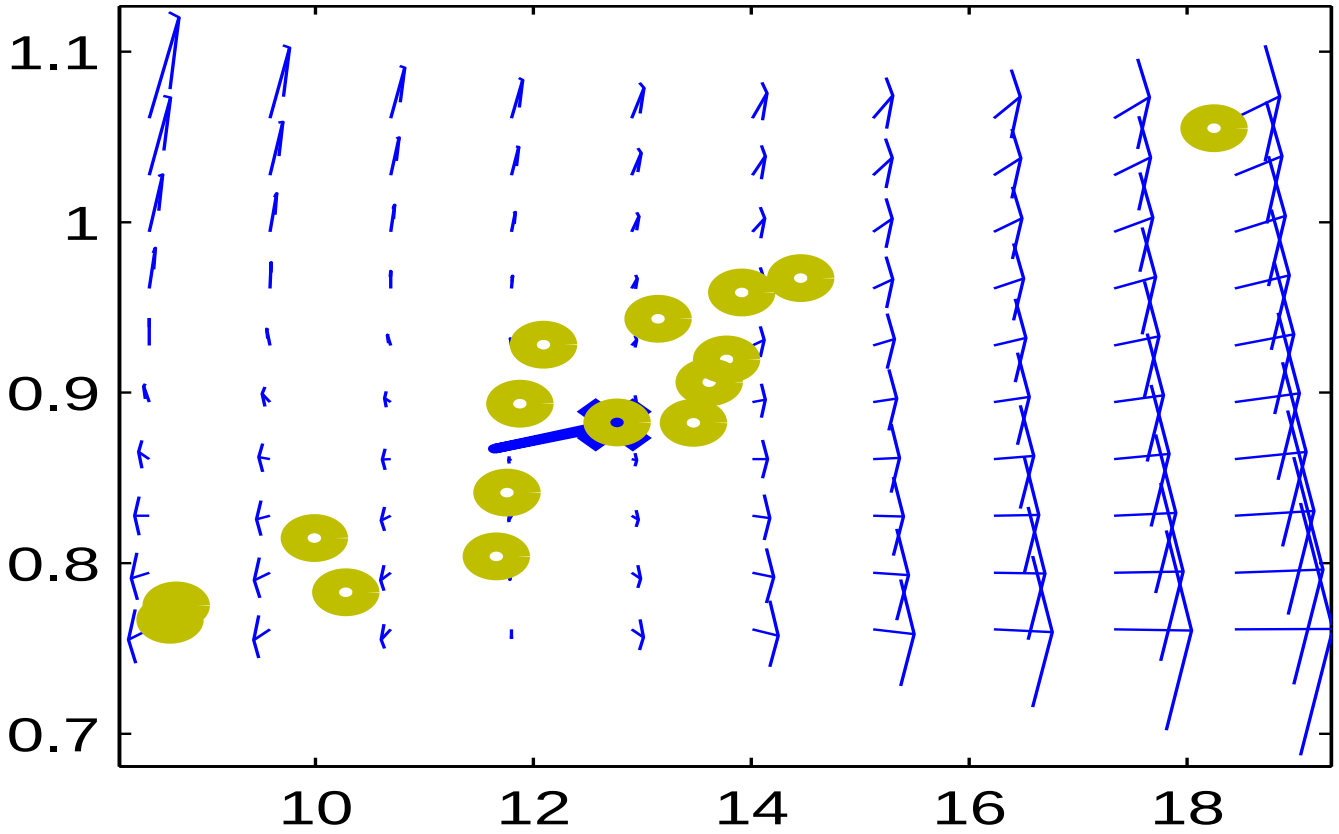
Convergence étape 1



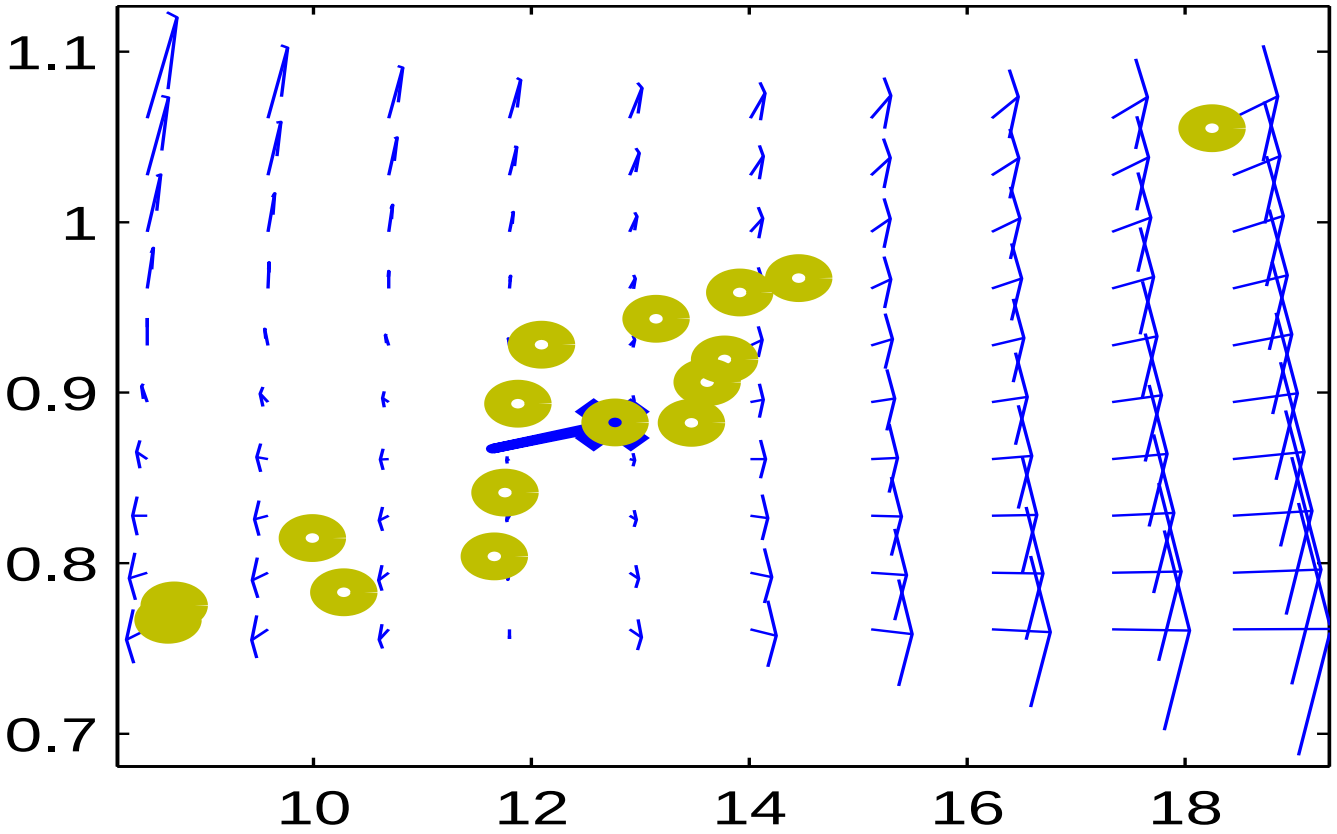
Convergence étape 2



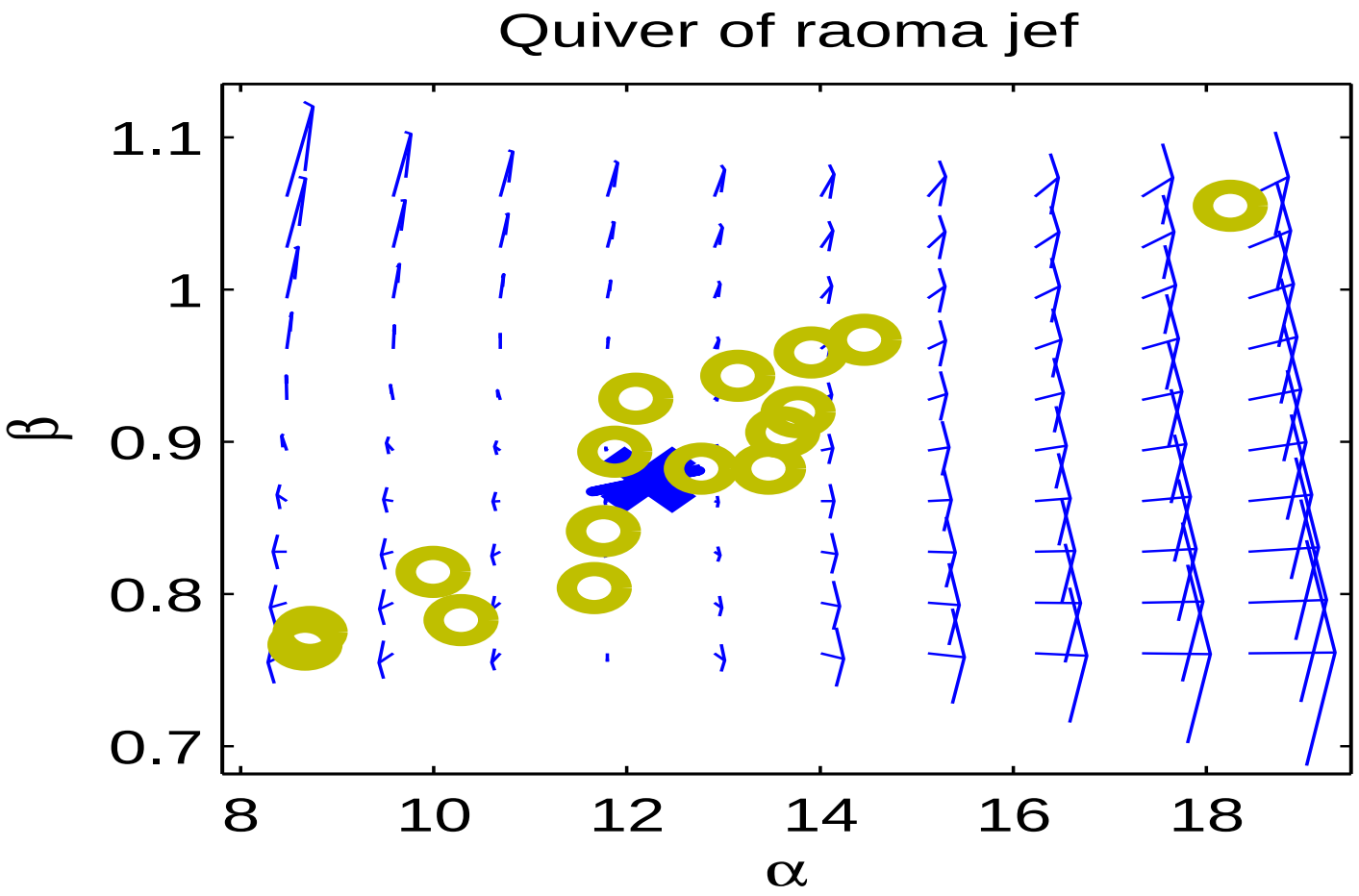
Convergence étape 3



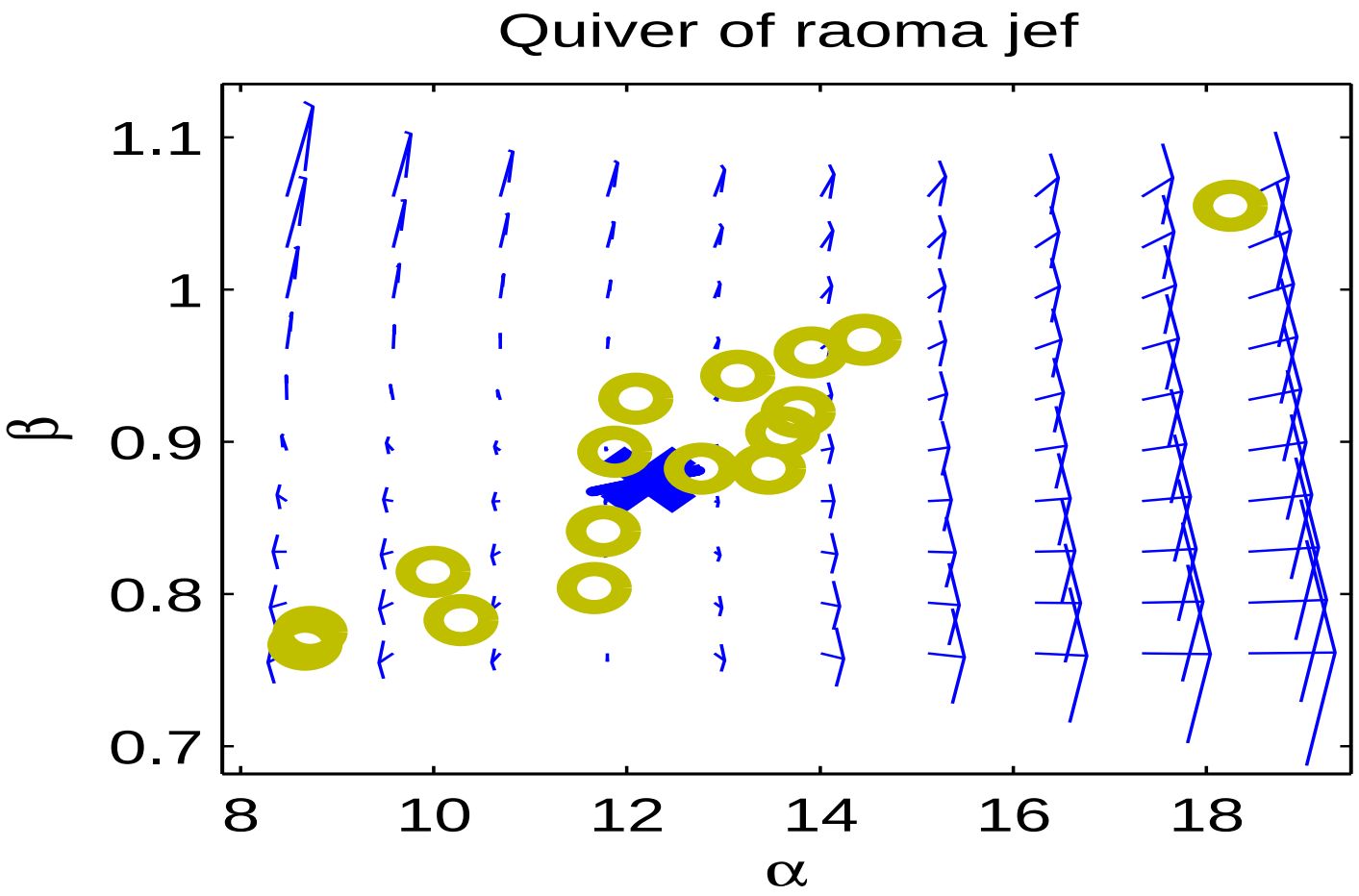
Convergence étape 4



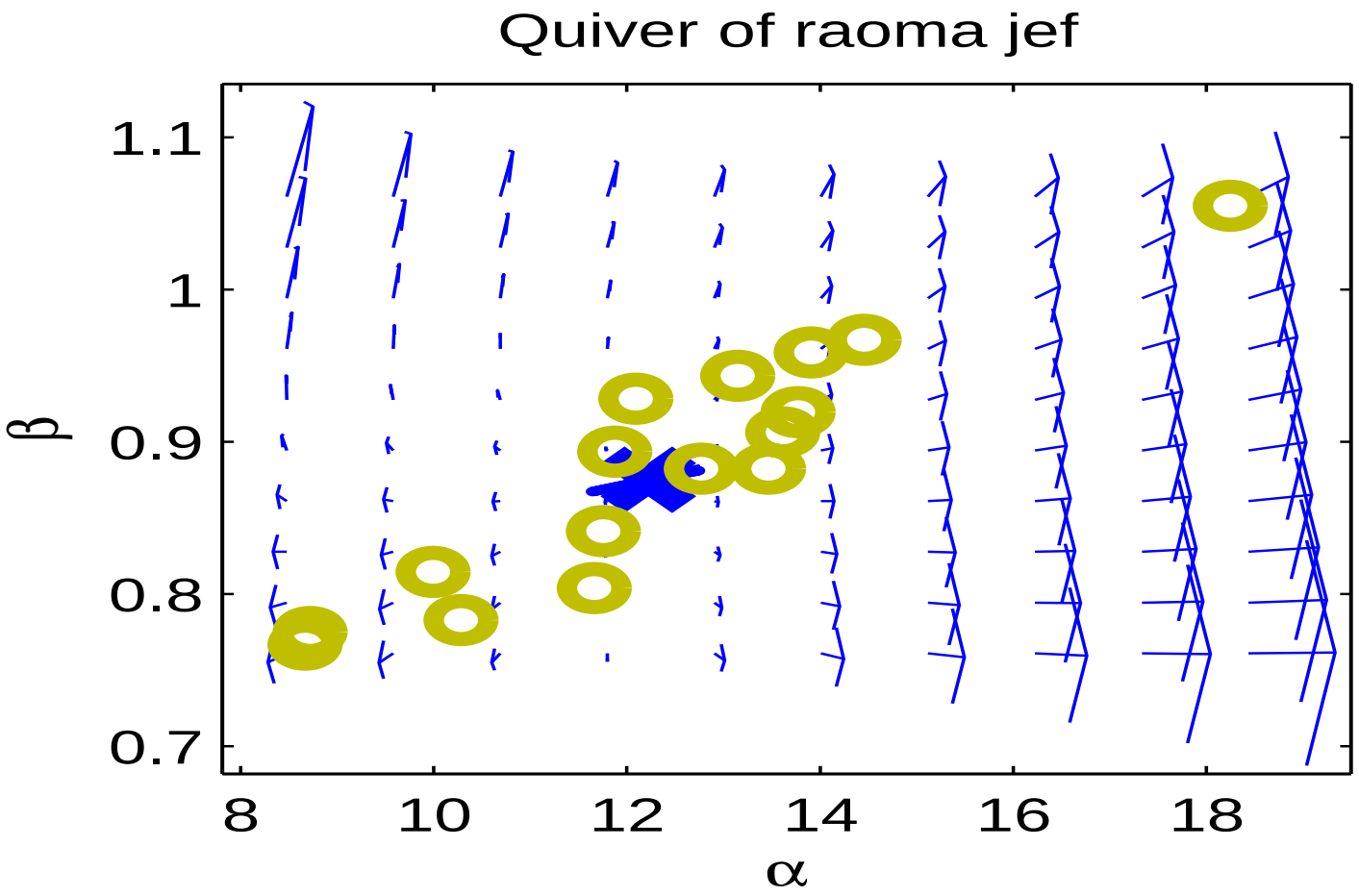
Convergence étape 5



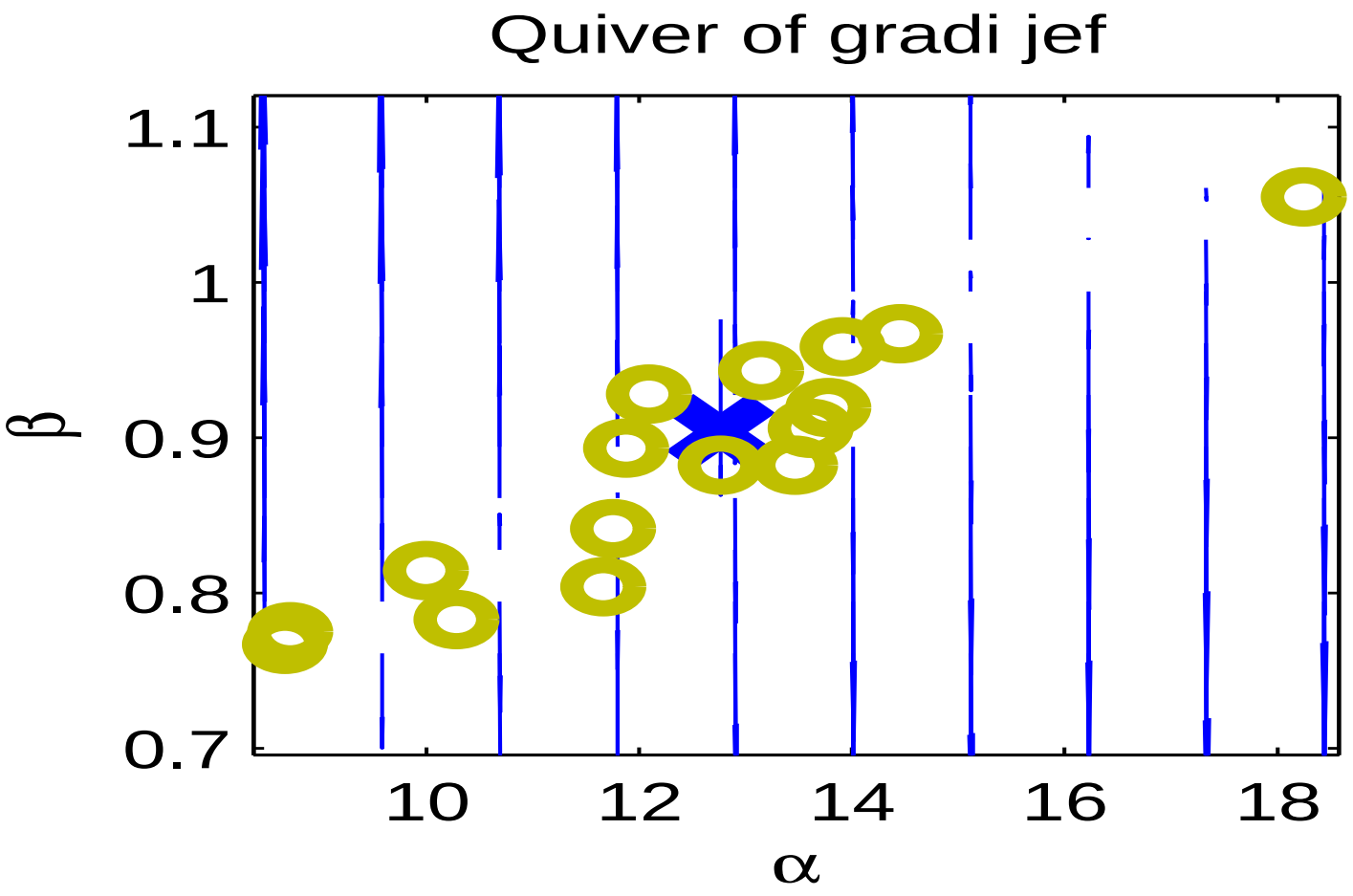
Convergence étape 6



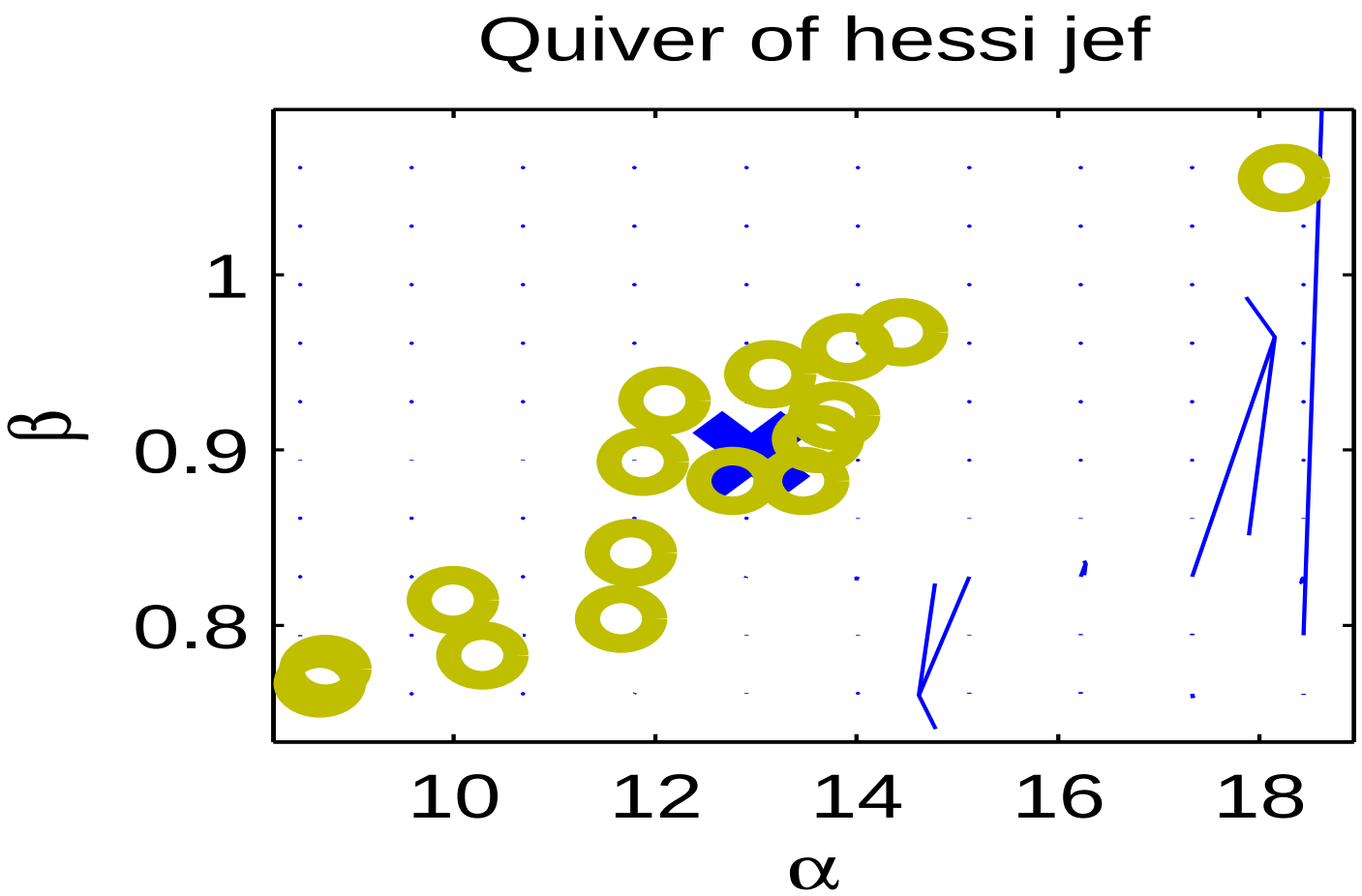
Convergence étape 7



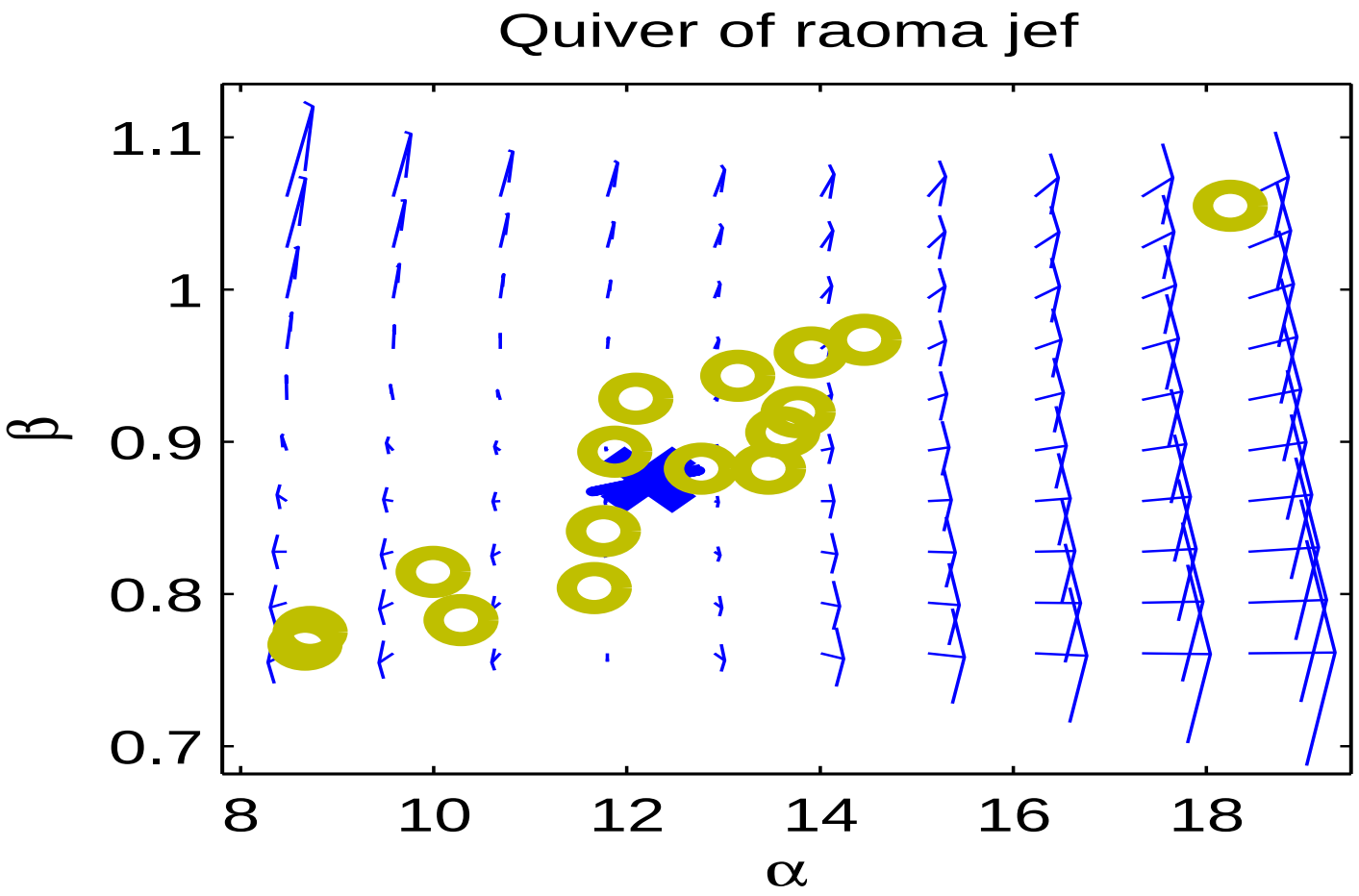
Convergence : Descente de gradient



Convergence : Newton-Raphson



Convergence : Gradient naturel



Bases de données

- Les bases de données étudiées sont :

  Vistex 16 images 128x128 pour chacune des 40 classes d'images texturées, swt2, $N_s = 2$, $N_o = 3$;

  Brodatz 16 images 128x128 pour chacune des 13 classes d'images texturées, swt2, $N_s = 2$, $N_o = 3$, les images ont eu une égalisation d'histogramme.

- Les performances : pourcentage d'images correctement reconnues sur les images tests.

Résultats en vitesse de convergence

Vistex	2/16	3/16	5/16	6/16	Tps (s)
Euclidien	69,2	72,8	69,7	69,9	2,8E-4
Descente	79,3	83,4	83,5	85,1	6,5E-2
Newton-R.	78,6	84,4	85,0	83,8	1,7E-2
Fisher	76,9	84,4	85,2	85,1	1,6E-3

Brodatz	2/16	3/16	5/16	6/16	Tps (s)
Euclidien	86,6	85,8	84,7	85,8	2,8E-4
Descente	86,0	87,1	89,1	88,9	8,1E-1
Newton-R.	86,0	86,7	88,6	88,9	1,2E-1
Fisher	86,0	88,7	88,8	89,0	1,0E-2

Les perspectives

- Étendre le concept au multivarié ;
- Étendre le concept à la couleur ;
- Synthétiser les textures moyenne.

Merci pour votre attention.

[Do2002] Do, M. et Vetterli, M., Wavelet-Based Texture Retrieval Using Generalized Gaussian Density and Kullback–Leibler Distance, feb. 2002

[Nielsen2009] Nielsen, F. et Nock, R., Sided and Symmetrized Bregman Centroids, 2009

[Amari2007] Amari, S. et Nagaoka, H., Methods of information geometry, 2007

[BenTal1989] Ben-Tal, A. et al., Entropic means, 1989.

[Stitou2009] Stitou, Y. et al., Copulas based multivariate gamma modeling for texture classification Acoustics, 2009.

[Allili2011] Allili, M., Wavelet Modelling Using Finite Mixtures of Generalized Gaussian Distributions : Application to Texture Discrimination and Retrieval, 2011.

[Choy2007] Choy, S.-K. et Tong, C.-S., Supervised Texture Classification Using Characteristic Generalized Gaussian Density, 2007.

[Choy2010] Choy, S.-K. et Tong, C.-S., Statistical wavelet subband characterization based on generalized gamma density and its application in texture retrieval, 2010.

[Bombrun2011] Bombrun, L. et al., Multivariate texture retrieval using the SIRV representation and the geodesic distance, 2011.

[Johnson2001] Johnson, D. et Sinanovic, S., Symmetrizing the Kullback-Leibler Distance, 2001.