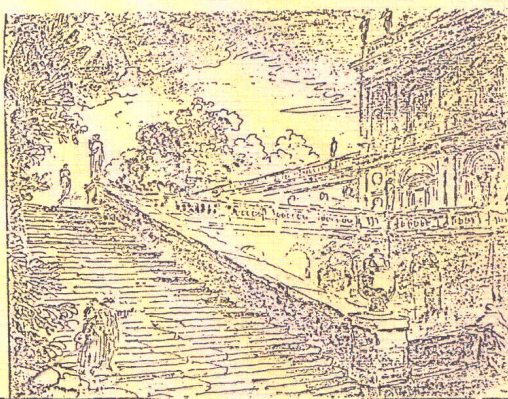


Université de Bordeaux 1
Mathématiques pures
1983-84

Géométrie analytique rigide
par Jean Fresnel





Chapitre 0. Corps valués.

0.1. Classification des valeurs absolues	16
0.2. Valeurs absolues archimédiennes	9
0.3. Prolongement des valeurs absolues aux extensions algébriques	10
0.4. Corps maximallement complets	14
0.5. Exercices	16

Chapitre 1. Algèbres affinoïdes.

1.1 Définitions	20
1.2 Le théorème de Weierstrass	21
1.3 La semi-norme spectrale	32
1.4 La norme spectrale est de Banach; les algèbres affinoïdes sont de Nagata.	42
1.4.1 Espaces vectoriels normés, bases normales, α -normales.	42
1.4.2 L'algèbre T_n , le T_n -module $T_n(E)$.	46
1.4.3 Le théorème de Gervitzon	48
1.5 Les corps stables	54
1.5.1 Définition des corps stables	54
1.5.2 Transfert de la stabilité aux corps de fonctions	56
1.5.3 Extensions séparables; théorème de Gervitzon	61
1.5.4 Théorème de Kratner et conséquences.	63
1.5.5 Transfert de la stabilité à $F_n(T_n(k))$.	65
1.6 Bases normales d'algèbres; algèbres affinoïdes distinguées.	67
1.6.1 Définition	67
1.6.2 Propriétés de finitude pour les algèbres affinoïdes distinguées	69
1.6.3 Corps stables et algèbres affinoïdes distinguées	70
1.6.4 Exercices	73

Chapitre 2. L'espace affinoïde.

2.1 Parties affinoïdes, rationnelles	78
2.1.1 Produit tensoriel topologique d'algèbres affinoïdes	78
2.1.2 Parties affinoïdes du spectre maximal d'une algèbre affinoïde	81
2.1.3 Parties rationnelles du spectre maximal d'une algèbre affinoïde	83
2.2 Topologie de Grothendieck, faisceau.	87
2.2.1 Définition de la topologie de Grothendieck	87
2.2.2 Faisceaux	87
2.3 Cohomologie d'un espace à valeurs dans un faisceau	90
2.3.1 Cochaînes d'un recouvrement	90
2.3.2 Complexe de cochaînes	91
2.3.3 Passage à un recouvrement plus fin	92
2.3.4 Suite exacte de cohomologie	93
2.3.5 Comparaison des groupes de cohomologie de recouvrements différents	94
2.4 Topologie de Grothendieck sur $\text{Spm} A$, le (pré-)faisceau structural	95
2.4.1 Topologie de Grothendieck sur $\text{Spm} A$	95
2.4.2 Le (pré-)faisceau structural sur $X = \text{Spm} A$	95
2.4.3 Acyclicité des recouvrements rationnels	96
2.5 Platitude, complétion	106
2.5.1 Résultats sur la platitude	106
2.5.2 L'anneau des germes de fonctions analytiques	111
2.5.3 La fibre du faisceau structural \mathcal{O}_X	111
2.5.4 Quelques conséquences de l'étude à la fibre	12
2.5.5 Exercices	12
2.6 Le théorème de Gerritzen et Grauert	13
2.6.1 Immersions	13
2.6.2 L'immersion de Runge	1
2.6.3 Le théorème de Gerritzen et Grauert	11
2.6.4 Acyclicité des recouvrements affinoïdes	1

Chapitre 3. Espaces analytiques rigides.

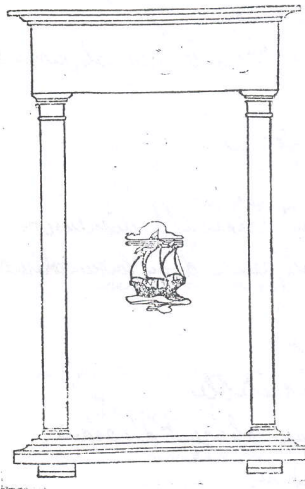
3.0	Introduction	145
3.1	Espace analytique affinoïde	147
3.2	Espace analytique rigide	148
3.3	Morphismes d'espaces analytiques	151
3.3.1	Pré-morphismes	151
3.3.2	Morphismes	152
3.3.3	Isomorphismes	157
3.4	ouvert analytique	159
3.5	Partie affinoïde d'un espace analytique	161
3.6	Exercices	165

Chapitre 4. Faisceaux sur un espace analytique.

4.1	Faisceaux cohérent, quasi-cohérent, localement libre	192
4.2	Faisceau cohérent sur un espace affinoïde	200
4.3	Fermé de Zariski d'un espace affinoïde, fermé irréductible, dimension	208
4.3.1	Preliminaires d'algèbre	208
4.3.2	Composantes irréductibles d'un fermé	208
4.3.3	Dimension d'un fermé de Zariski	209
4.4	Faisceau cohérent d'idéaux, fermé, fermé irréductible, dimension	212
4.4.1	Somme intersection de faisceaux cohérents, racine d'un faisceau cohérent d'idéaux	215
4.4.2	Fermé analytique	215
4.4.3	Support d'un faisceau cohérent	217
4.4.4	Dimension des fermés, fermés irréductibles	220
4.5	Espace analytique associé à un faisceau cohérent d'idéaux	228
4.6	Le faisceau des fonctions méromorphes	233
4.7	Exercices	236

Chapitre 5. Analytification des variétés algébriques séparées.

5.1. Analytification des variétés algébriques séparées	244
5.1.1. Cohomologie de Grothendieck sur une variété algébrique séparée	244
5.1.2. Un pré-faisceau analytique sur une variété algébrique séparée	245
5.1.3. L'espace analytifié X^{an}	248
5.1.4. Le pré-faisceau $\mathcal{O}_X^{\text{an}}$	252
5.1.5. Le cas d'une variété algébrique séparée et réduite	254
5.2. Analytification des morphismes de variétés algébriques séparées	255
5.3. Morphismes finis	263
5.4. Analytification des morphismes finis	266
5.5. Analytification des faisceaux quasi-cohérents	268
5.6. Variétés algébriques projectives ; théorèmes GA GA	271
5.6.1. Homomorphismes induits sur la cohomologie	271
5.6.2. Théorèmes de géométrie analytique et géométrie algébrique	272
5.7. Exercices	



Chapitre 6. Réduction des espaces analytiques rigides.

6.0	Introduction	285
6.1	Réduction des espaces analytiques affinoïdes	286
6.1.1	L'application réduction	296
6.1.2	Les parties formelles (ou pures) d'un espace affinoïde	288
6.1.3	L'image réciproque d'un ouvert affine est une partie affinoïde	290
6.2	Espace analytique formel	297
6.2.1	Espace analytique affinoïde formel	297
6.2.2	Espace analytique formel, morphisme	298
6.2.3	Réduction d'un espace analytique formel, réduction de morphismes	299
6.2.4	Ouvert analytique formel	300
6.2.5	Structure analytique formelle définie par un recouvrement pur	301
6.3	Quelques propriétés de relèvement	306
6.3.1	L'image réciproque d'un affine est un affinoïde	306
6.3.2	Cohomologie des faisceaux cohérents	312
6.3.3	Comparaison de la cohomologie sur un espace et sur sa réduction	313
6.4	Exercices	315

Chapitre 7. Réduction des courbes algébriques.

7.1	Réductions analytiques et réductions algébriques des courbes projectives	324
7.1.1	Une réduction algébrique est une réduction analytique	324
7.1.2	Immersion définie par un faisceau inversible	327
7.1.3	Image réciproque d'un point régulier	331
7.1.4	Une réduction analytique est une réduction algébrique	334
7.2	Relèvement d'une immersion ouverte	340
7.3	Un critère d'affinoïdité	345
7.4	Espaces affinoïdes principaux	359
7.5	Exercices	363

