

UNIVERSITE PAUL SABATIER 2018–2019

Analyse Hilbertienne - L2 Spé Math/Phy

DEVOIR MAISON : À RENDRE LE 19 FÉVRIER 2019

Exercice

Soit $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la fonction 2π -périodique définie sur $[-\pi, \pi]$ par $f(x) = x^2$.

1. Tracer la courbe représentative de f sur $[-4\pi, 4\pi]$.
2. Calculer les coefficients de Fourier complexes de f .
3. Écrire la série de Fourier $S(f)$ associée à f .
4. Citer un théorème du cours qui permet d'affirmer que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a

$$f(x) = S(f)(x).$$

5. En déduire la valeur de la série numérique

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$$

et la valeur de la série numérique

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}.$$