Université Paul Sabatier — Année 2019-2020

L2 Parcours Spécial

Intégration

FEUILLE 1 : Rappels sur les intégrales généralisées

Exercice 1 : Étudier la convergence des intégrales suivantes

1. $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{1}{1+t^2}\, dt$
2. $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t}\, dt$
3. $\displaystyle\int_0^{+\infty} \cos t\, dt$
4. $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{1}{1+t}\, dt$
5. $\displaystyle\int_0^{+\infty} te^{t}\, dt$
6. $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{t+3t^2}{1+t+t^4}\, dt$
7. $\displaystyle\int_1^{+\infty} e^{-t^2}\, dt$
8. $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{\cos t}{t^3}\, dt$
9. $\displaystyle\int_1^{+\infty} t(1-e^{1/t})\, dt$
10. $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{3}{t^2}\ln(1+\frac{2}{t^3})\, dt$
11. $\displaystyle\int_0^{1} \frac{\sin t}{t}\, dt$
12. $\displaystyle\int_0^{1} \frac{t}{2(1-\cos t)-t\sin t}\, dt$
13. $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{\ln t}{t^4}\, dt$
14. $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{e^{-t}}{t^2+3t-1}\, dt$
15. $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{\sin t}{t^3+2t-1}\, dt$
16. $\displaystyle\int_1^{+\infty} \sin(t^2)\, dt$
17. $\displaystyle\int_0^{1} \frac{1}{t^2+t-2}\, dt$

18. 19. $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{Arctant}{\sqrt{t}}\, dt$

Exercice 2 : Soit $f\,:\,[1;+\infty[\longrightarrow \mathbb{R}$ une fonction localement intégrable. Dites si l'intégrale $\displaystyle\int_1^{+\infty} f(t)dt$ converge dans les cas suivants.

1. On suppose que $\displaystyle\lim_{t\to+\infty} f(t)\in\mathbb{R}$.

2. On suppose que $\displaystyle\lim_{t\to+\infty} f(t)=+\infty$.

3. On suppose que $\displaystyle\lim_{t\to+\infty} t^2f(t)\in\mathbb{R}$.

4. On suppose que $\displaystyle\lim_{t\to+\infty} tf(t)=+\infty$.

Exercice 3 : Soit $f\,:\,[1;+\infty[\longrightarrow \mathbb{R}$ une fonction localement intégrable. On suppose que l'intégrale $\displaystyle\int_1^{+\infty} f(t)dt$ converge. A-t-on forcément $\displaystyle\lim_{t\to+\infty} f(t)=0$?