

## Feuille 3 – Probabilités élémentaires

## Mesures de probabilité

**Exercice 1.** On lance deux dés. Dire parmi les deux évènements suivants lequel est le plus probable :

- a. La somme des deux dés est exactement égale à 7.
- b. La somme des deux dés est supérieure à 10.

**Exercice 2.** Dans une main de Poker, soit cinq cartes tirées d'un jeu de 52, quelle est la probabilité d'obtenir un *Full*, soit trois cartes d'un même couleur et deux d'une couleur différente ?

**Exercice 3.** Dans une classe de 25 élèves, quelle est la probabilité que tous aient leurs anniversaires à des dates différentes ?

**Exercice 4.** Un couple a deux enfants.

- a. Quelle est la probabilité qu'ils soient de même sexe ?
- b. Si dans ce couple, on sait qu'un des deux enfants est une fille, quelle est la probabilité pour que l'autre enfant soit un garçon ?

**Exercice 5.** Au jeu de Yam's, le meilleur score est atteint en obtenant cinq fois le même chiffre en trois lancers de cinq dés, le joueur pouvant choisir de ne pas relancer certains des dés et garder ainsi leur résultat.

- a. Quelle est la probabilité d'obtenir ce score en un seul lancer ?
- b. En décomposant suivant les résultats du premier lancer, et en supposant que le joueur conserve les résultats des dés dont le chiffre est apparu le plus grand nombre de fois, déterminer la probabilité d'obtenir ce score en deux lancers.

**Exercice 6.** On a mélangé 10 paires de chaussures et on tire successivement 4 chaussures au hasard. Quelle est la probabilité d'obtenir ainsi exactement une paire ?

## Probabilités conditionnelles

**Exercice 7.** Dans une population formée de 48% d'hommes et de 52% de femmes, un homme sur 3 porte des lunettes et une femme sur 5 porte des lunettes. Quelle est la probabilité qu'une personne portant des lunettes soit une femme ?

**Exercice 8.** On suppose que l'on a dans un magasin des machines qui proviennent de deux usines différentes A et B : 50% viennent de A et 50% viennent de B. Parmi celles qui viennent de A, 70% ne présentent aucun défaut; parmi celles qui viennent de B, 90% ne présentent aucun défaut.

- Déterminer le pourcentage de machines dans le magasin ne présentant aucun défaut.
- Une machine donnée ne présente aucun défaut. Quelle est la probabilité qu'elle provienne de l'usine A ?
- Calculer la probabilité pour qu'une machine provienne de l'usine A sachant qu'elle est défectueuse.

**Exercice 9.** Si A et B sont indépendants, montrer qu'il en est de même de :

- A et  $\overline{B}$
- $\overline{A}$  et B
- $\overline{A}$  et  $\overline{B}$

**Exercice 10.** Devant un malade présentant certains symptômes, un médecin estime qu'il a deux chances sur trois d'être atteint d'une maladie A dont le diagnostic est difficile. Pour pouvoir confirmer ou infirmer sa proposition de diagnostic, le médecin fait effectuer deux tests de laboratoire. Le test  $T_1$  donne 90% de résultats positifs si A et 5% de résultats positifs si non-A. Le test  $T_2$ , moins puissant, donne 75% de résultats positifs si A et 10% de résultats positifs si non-A. On suppose que les deux tests sont basés sur des principes différents et que leurs résultats sont indépendants. Quelles sont les probabilités des événements conditionnels :

- $A|T_1^+$
- $(\text{non-A})|T_1^-$
- $A|(T_1^+ \text{ et } T_2^+)$
- $(\text{non-A})|(T_1^- \text{ et } T_2^-)$