

Mathématiques pour Informaticiens – Série 6

1. *5 points* Considérons la fonction suivante :

$$f(x, y) = \sin(x)e^{-2x+3y}.$$

Calculer le développement limité de f à l'ordre 2 (inclus) autour de l'origine $(0, 0)$. Faire de même autour du point $(x_0, y_0) = (\pi/3, 1)$.

Indications : Vous pouvez soit calculer les dérivées partielles successives de f , ou utiliser les séries de Taylor connues pour l'exponentielle et la fonction sinus. Pour vérifier vos réponses, vous pouvez utiliser la fonction `mtaylor` de Maple.

2. *5 points* Considérons la fonction suivante

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2 \\ x, y \mapsto \sin(y)e^{-2xy} + xy^2.$$

Démontrer directement que les deuxièmes dérivées mixtes coïncident, *i.e.*

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}.$$

3. *5 points* Soit $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z^2x - 2\sin(xy) + 3\cos(zx) = 2\}$. Déterminer si, dans un voisinage du point $(1, 0, 0)$, l'ensemble S peut être écrit sous l'une des formes suivantes : $z = f(x, y)$, $y = g(x, z)$ ou $x = h(y, z)$.

4. *5 points* Considérons les équations

$$z(x, y) = x^2 + y^2, \\ w(x, y) = \sin x - \cos y.$$

Pour chacun des points (x_0, y_0) suivants, déterminer s'il est possible d'inverser localement les fonctions, c.-à-d. de pouvoir écrire $x = f(z, w)$ et $y = g(z, w)$ dans un voisinage du point.

$$(0, 0), \quad (\pi/2, \pi), \quad (\pi, \pi/2), \quad (\pi/2, \pi/2), \quad (\pi/4, \pi/4).$$

Évaluation du cours Mathématiques pour Informaticiens :

- Les exercices
 - Un examen oral durant la session d'examens sur le cours.
- La note finale est de : 30% exercices et 70% examen oral.

Assistant : Kévin Santugini
Adresse électronique : `Kevin.Santugini@math.unige.ch`