

Mathématiques pour Informaticiens – Série 9

1. *6 points* Considérons le (double) cône défini par l'ensemble suivant

$$C = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid \frac{1}{2}(x^2 + y^2) - \frac{1}{4}z^2 = 0 \right\}.$$

Trouver l'espace tangent à ce cône au point $(\sqrt{\frac{3}{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, -2)$, de deux manières différentes :

- (a) en trouvant une représentation paramétrique de la variété, et en utilisant les dérivées par rapport aux variables de la paramétrisation
- (b) en calculant une approximation linéaire (polynôme linéaire de Taylor) autour du point donné.

Vérifier que les deux méthodes donnent le même plan tangent.

2. *6 points* Considérons le tore de révolution donné par la représentation paramétrique

$$\phi(\alpha, \beta) = \begin{bmatrix} (d + \rho \cos \alpha) \cos \beta \\ (d + \rho \cos \alpha) \sin \beta \\ \rho \sin \alpha \end{bmatrix},$$

où $d = 3/2$ et $\rho = 1/2$. Trouver le plan tangent à ce tore au point donné par les angles $\alpha = \pi/4$ et $\beta = \pi/4$. Aussi, écrire le tore sous une forme « non-paramétrique »

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid G(x, y, z) = 0\}.$$

3. *4 points* Considérons la fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ suivante

$$f(x) = x^4 - 5x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2.$$

Trouver le maximum global et le minimum global de cette fonction sur l'intervalle $[-1, 2]$. Trouver également tous les maxima et minima locaux.

4. *4 points* Maintenant considérons la fonction $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ suivante

$$f(x, y) = x^3 - \frac{1}{8}y^3 - 6xy.$$

Trouver les points critiques de f (c.-à-d. les points (x, y) tel que $\nabla f(x, y) = 0$). Pour chacun de ces points, déterminer s'il s'agit d'un maximum local, d'un minimum local, ou aucun des deux.

Évaluation du cours Mathématiques pour Informaticiens :

- Les exercices
 - Un examen oral durant la session d'examens sur le cours.
- La note finale est de : 30% exercices et 70% examen oral.

Assistant : Kévin Santugini
Adresse électronique : Kevin.Santugini@math.unige.ch
Page web : <http://www.unige.ch/~santugin/index.php?page=enseignement>