UNIVERSITE DE GENEVE — Section de mathématiques

Faculté des Sciences — Mercredi 24 janvier 2007

À rendre pour le Vendredi 2 février 2007 dans mon casier

Optimisation – Série 6

Exercice 1 Lemme de Farkas. Soit $\boldsymbol{u}$ dans $\mathbb{R}^n$, $\boldsymbol{v}_i$ dans $\mathbb{R}^n$ pour i dans un ensemble d'indices A. Montrer que l'ensemble

$$S = \{\boldsymbol{s} | \boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{u} < 0 \text{ et } \boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{v}_i \geq 0 \forall i \in A\}$$

est vide si et seulement s'il existe $(\lambda_i)_{i\in A}$ tel que $\boldsymbol{u} = \sum_{i\in A} \lambda_i \boldsymbol{v}_i$ avec $\lambda_i \geq 0$ pour tout i dans A.

Exercice 2 Résoudre le sous-problème de trust-region pour le modèle linéaire. Soit $R > 0$, $\boldsymbol{x}_0$ un point de $\mathbb{R}^n$, y appartenant à $\mathbb{R}$ et $\boldsymbol{d}$ un vecteur de $\mathbb{R}^n$. Soit

$$\begin{aligned} m_{lin} : \mathbb{R}^m &\to \mathbb{R} \\ \boldsymbol{x} &\mapsto y + (\boldsymbol{d}, \boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_0) \end{aligned}$$

Calculer le point $\boldsymbol{x}$ où m_{lin} atteint son minimum dans la boule fermée $B(\boldsymbol{x}_0, R)$.

Exercice 3 Implémenter la méthode de trust region avec un modèle linéaire avec solution exacte du sous-problème.

```
function [x,xk,Rk]=TrustRegionLinear(f,fp,x0,tol,maxiter,R0,rs,rv,gi,gd)
% TRUSTREGIONLINEAR trust region method with linear model
%   [x,xk,Rk]=TrustRegionLinear(f,fp,x0,tol,maxiter,r0,rs,rv,gi,gd)
%   finds an approximate minimum of the function f with gradient fp,
%   starting at the initial guess x0. The remaining parameters are
%    optional and default values are used if they are omited. xk
%   contains all the iterates of the method and rk the trust region
%    radii of all iterations.
```

Dans les exercices d'implémentation

- Afin de préserver l'uniformité des interfaces et permettre le remplacement transparent d'une implémentation par une autre, l'en-tête fourni doit impérativement être respecté et reproduit dans le code. Vous pouvez copier-coller depuis le PDF disponible sur la page web.

– Les programmes et les résultats doivent être rendus imprimés.

Evaluation du cours d'optimisation

- Les exercices : Les séries d'exercices rendues en retard seront comptées comme non rendues (*i.e.*, note 1 sur 6) dans le calcul de la note finale.
- Un examen oral durant la session d'examens sur le cours.

La note finale est de : $\frac{1}{5}$(exercices.) + $\frac{4}{5}$(note examen oral).

Assistant :	Kévin Santugini
Email :	`Kevin.Santugini@math.unige.ch`
Page web :	`http://www.unige.ch/~santugin/index.php?page=enseignement`