MOSE1003 # Corrigé du contrôle 1 2 octobre 2015

**Question de cours :** On considère une matrice $A$. Soit $\lambda$ l'une de ses valeurs propres. En une phrase, décrivez comment peut-on calculer un vecteur propre associé à la valeur propre $\lambda$.

**Réponse :** Il faut trouver un vecteur $x$ non nul qui vérifie le système $(A-\lambda Id)x=\vec{0}$.

**Autre réponse acceptée :** Il faut trouver un vecteur $x \neq \vec{0}$ tel que $Ax=\lambda x$.

**Exercice :** Inverser la matrice $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & -5 & 0 \\ 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$.

**Réponse :**

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & -5 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ L_2 \leftarrow L_2+2L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3-L_1 \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \\ L_3 \leftarrow L_3+2L_2 \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 3 & 2 & 1 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ L_2 \leftarrow -1\times L_2 \\ L_3 \leftarrow -1\times L_3 \end{array}$$

La matrice $A$ admet 3 pivot. Son rang est donc de 3. La matrice est donc inversible.

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & -2 & -1 \end{array}\right) \begin{array}{l} L_1 \leftarrow L_1+L_3 \\ L_2 \leftarrow L_2-2L_3 \\ \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 0 & -2 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & -2 & -1 \end{array}\right) \begin{array}{l} L_1 \leftarrow L_1-2L_2 \\ \\ \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -10 & -8 & -5 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & -2 & -1 \end{array}\right)$$

**Conclusion :** On a donc $A^{-1}=\begin{pmatrix} -10 & -8 & -5 \\ 4 & 3 & 2 \\ -3 & -2 & -1 \end{pmatrix}$