

Sujet de PFE - Master 2

Étude d'une méthode multi-régime préservant l'asymptotique pour un modèle de transport linéaire

Encadrants : J.-L. Feugeas, J. Mathiaud, L. Mieussens

Cadre général du projet. De nombreux phénomènes de transport de particules se modélisent par des équations linéaires issues de la théorie cinétique : de telles équations se rencontrent ainsi dans l'étude de certains plasmas ou dans la modélisation des rayonnements utilisés en oncologie pour la radiothérapie.

Du point de vue de la simulation numérique, ces équations sont très gourmandes en temps CPU, et il est souvent intéressant de les approcher par des modèles réduits (avec beaucoup moins de variables), dits "modèles aux moments". Le CELIA développe ainsi depuis plusieurs années de tels modèles validés par de nombreuses études.

Un des aspects importants de ce type de problèmes tient à leur aspect multi-régime : selon le milieu traversé par les particules, leur comportement sera soit balistique si le milieu est assez transparent (les particules se déplacent en ligne droite sur de grandes distances), soit diffusif si le milieu est assez collisionnel : les particules subissent tellement d'interactions avec le milieu qu'elles semblent se propager de la même façon que celle décrite par l'équation de la chaleur par exemple dans le cas des électrons. Il serait alors important de concevoir une méthode numérique qui permette de décrire tous ces régimes à la fois.

Or un schéma numérique usuel du type volumes finis, à base d'une méthode explicite en temps et de schéma décentré en espace par exemple, fonctionne en général très mal dans le régime diffusif. Soit le pas de temps doit être bien trop petit (pour des raisons de stabilité), soit le régime diffusif est très mal décrit.

Projet proposé. Il est donc important de concevoir un outil numérique qui permette de traiter tous les régimes à la fois. De tels schémas ont été développés ces dernières années, de type "asymptotic preserving". L'un des plus récents est celui basé sur la méthode Unified Gas Kinetic Scheme (UGKS), proposé initialement par K. Xu et J.-C. Huang en 2010 [1] pour des problèmes de dynamique des gaz, et étendu au transport linéaire par L. Mieussens en 2013 [2].

À ce jour, cette méthode n'a pas encore été utilisée pour construire un schéma asymptotic preserving pour un modèle aux moments comme celui développé au CELIA.

Le but de ce projet est donc d'étudier la faisabilité d'une telle extension. La première partie du projet sera consacrée à la mise en place de la méthode UGKS sur un modèle de transport linéaire très simple, avec le modèle aux moments linéaire dit "modèle P1", dans une version 1D. Deux approches d'application de la méthode UGKS seront étudiées, et validées par une comparaison avec une résolution directe de l'équation de transport et de l'équation de diffusion.

Par la suite, le projet pourra être orienté vers une extension au 2D, puis une extension à un modèle plus complexe.

Durée du stage. Le stage durera 5 mois, et pourra démarrer en février ou mars. Une poursuite en thèse est envisageable.

Encadrement. Ce projet sera supervisé par Jean-Luc Feugeas, chercheur au Centre Lasers Intenses et Applications (CELIA), Julien Mathiaud, chercheur au CELIA et professeur associé à l'Enseirb-Matmeca et Luc Mieussens, professeur à l'Enseirb-Matmeca et à l'Institut de Mathématiques de Bordeaux.

Le stage se déroulera dans les locaux du CELIA, Université Bordeaux, 43 rue Pierre Noailles, domaine du Haut Carré, Talence.

Contacts :

- Jean-Luc Feugeas : 05 40 00 37 71, jean-luc.feugeas@u-bordeaux.fr
- Julien Mathiaud : 05 40 00 60 51, julien.mathiaud@u-bordeaux.fr
- Luc Mieussens : 05 40 00 60 51, Luc.Mieussens@math.u-bordeaux.fr

Profil de candidat souhaité. Troisième année d'école d'ingénieur ou Master 2, compétences en programmation, méthodes numériques pour les équations aux dérivées partielles (différences finies, volumes finis).

Mots clés. transport linéaire, volumes finis, UGKS, radiothérapie/mathématiques/physique, applications médicales

References.

- [1] K. Xu and J.-C. Huang. A unified gas-kinetic scheme for continuum and rarefied flows. *Journal of Computational Physics*, 229:7747–7764, 2010.
- [2] L. Mieussens. On the asymptotic preserving property of the unified gas kinetic scheme for the diffusion limit of linear kinetic models. *Journal of Computational Physics*, 253:138 – 156, 2013.