

Algorithmique

Pour chaque exercice, écrivez les algorithmes permettant de résoudre les problèmes énoncés et affichez le résultat ou un message indiquant que le problème n'est pas soluble s'il y a lieu.

Exercice 1

Calculer $S_{10} = \sum_{j=1}^{10} \cos\left(\frac{3j\pi}{2}\right)$

Exercice 2

Calculer $S_{26} = \sum_{j=1}^{26} 20j$

Exercice 3

Soit $(u_n)_{n>=1}$ définie par

$$u_n = \begin{cases} u_{n-1} - 4 & \text{si } u_{n-1} > 0 \\ 3 & \text{sinon} \end{cases}$$

avec $u_1 = 3$. Calculez u_{100} .

Exercice 4

Soient $a, b, c \in \mathbb{R}$, trouvez $x \in \mathbb{R}$ solution de $ax^2 + bx + c = 0$

Exercice 5

Soit la fonction $f(x) = x^5 + 2x^2 - 10$. Trouvez le zéro de la fonction par la méthode de Newton. On prendra comme point de départ $x_0 = 3$.

Exercice 6

Déterminez le zéro de la fonction $f(x) = \sqrt{10x} - 10$ sur l'intervalle $[9, 20]$ par dichotomie.

Exercice 7

Évaluez le polynôme $p(x) = x^6 + 3x^4 - 12x^2 + x + 3$ en $x = -4$ par la méthode de Horner.

Exercice 8

Soient $n \in \mathbb{N}$, A et $B \in \mathbb{M}_n(\mathbb{R})$ donnés.

- Calculez la somme de A et B
- Calculez le produit de A par B

Exercice 9

Soient $n \in \mathbb{N}$, $A \in \mathbb{M}_n(\mathbb{R})$ une matrice triangulaire supérieure et $b \in \mathbb{R}^n$ donnés. Calculez $x \in \mathbb{R}^n$ solution de $Ax = b$.

Exercice 10 (Pivot de Gauss)

Soient $n \in \mathbb{N}$, $A \in \mathbb{M}_n(\mathbb{R})$ et $b \in \mathbb{R}^n$ donnés. A l'aide de l'algorithme de l'exercice précédent, calculez $x \in \mathbb{R}^n$ solution de $Ax = b$.

Exercice 11 : le tri par sélection

On cherche à trier par ordre croissant une suite d'entiers à l'aide du tri par sélection.

Le principe du tri par sélection est d'aller chercher le plus petit élément du vecteur pour le mettre en premier puis de repartir du second élément et d'aller chercher le plus petit élément pour le mettre en second, etc..

Exercice 11 : le tri par insertion

On cherche à trier dans l'ordre croissant une suite d'entiers à l'aide du tri par insertion.

Dans le tri par insertion, on parcourt les entiers du premier au dernier en les triant au fur et à mesure.

Exemple : si on veut trier

3	1	40	2
---	---	----	---

- 1er étape : on regarde le 2e chiffre (ici 1) et on le permute s'il le faut avec le premier:

1	3	40	2
---	---	----	---

- 2e étape : on met le 3e chiffre (ici 40) au bon endroit par rapport au 2 précédents:

1	3	40	2
---	---	----	---

- 3e étape : on met le 4e chiffre (ici 2) au bon endroit par rapport au 3 précédents:

1	2	3	40
---	---	---	----

Exercice 12 : tri à bulles

On cherche à trier une suite d'entier à l'aide du tri à bulles.

Le principe du tri à bulle (bubble sort) est de comparer deux à deux les éléments e_k et e_{k+1} consécutifs d'un tableau et d'effectuer un échange si $e_k > e_{k+1}$. On continue de trier jusqu'à ce qu'il n'y ait plus d'échanges à effectuer.