

Schémas numériques pour l'équation des ondes

On considère les deux discrétisations suivantes pour l'équation des ondes

$$\frac{u_j^{n+1} - 2u_j^n + u_j^{n-1}}{dt^2} - c^2 \frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{dx^2} = 0$$

et

$$\frac{u_j^{n+1} - 2u_j^n + u_j^{n-1}}{dt^2} - c^2 \frac{u_{j+1}^{n+1} - 2u_j^n + u_{j-1}^{n+1}}{dx^2} = 0$$

- a) Quelles conditions supplémentaires faut-il imposer pour pouvoir calculer la solution numérique ?
- b) Les discrétisations proposées sont-elles stables ?
- c) Montrer que pour la première discrétisation on a conservation de l'énergie discrète.
- d) En utilisant la forme diagonalisée de l'équation des ondes, proposer une autre discrétisation par différences finies.