

Mathématiques et poissons volants: à quoi sert le calcul scientifique?

Lisl Weynans

April 8, 2014

Calcul scientifique

C'est quoi?

A quoi ça sert?

Calcul scientifique: c'est quoi?

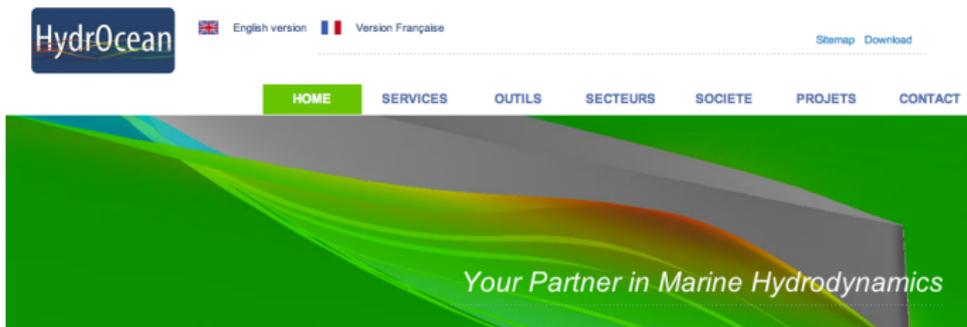
- Branche des mathématiques où on développe, étudie, met en oeuvre (informatiquement), des méthodes de résolution **approchée** de problèmes mathématiques modélisant des phénomènes physiques, biologiques, etc

Calcul scientifique: A quoi ça sert?

- remplacer des expériences coûteuses,
- difficiles à réaliser,
- ou tout simplement impossibles,

- faire des prédictions.

Calcul scientifique: A quoi ça sert?



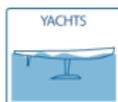
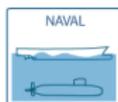
The image shows the top section of the HydrOcean website. On the left is the HydrOcean logo. To its right are two language selection buttons: 'English version' with a UK flag and 'Version Française' with a French flag. Further right are 'Sitemap' and 'Download' links. Below these is a horizontal navigation menu with buttons for 'HOME', 'SERVICES', 'OUTILS', 'SECTEURS', 'SOCIETE', 'PROJETS', and 'CONTACT'. The 'HOME' button is highlighted in green. Below the navigation is a large banner image showing a colorful, abstract representation of fluid flow over a curved surface. The text 'Your Partner in Marine Hydrodynamics' is overlaid on the right side of the banner.

Simulation numérique en hydrodynamique navale et offshore

HydrOcean propose des **services d'aide à la conception dans le domaine maritime**, à l'aide d'**outils de simulation numérique innovants**, permettant de simuler avec **précision** et **rapidité** les phénomènes hydrodynamiques des plus simples aux plus complexes.

Les solutions que nous mettons en œuvre apportent à nos clients des **gains de temps dans les phases de conception**, une **réduction des coûts d'études**, une **amélioration des performances de leurs produits** et une **réduction des risques de conception**.

HydrOcean est spécialisée exclusivement sur quatre secteurs d'activité, afin de fournir à ses clients des compétences et une connaissance métier unique couplant simulation numérique et domaine maritime :



Nos services

Outils de simulation innovants

Nos chiffres clefs

5h : temps moyen d'un calcul Navier-Stokes nous permettant d'évaluer les performances d'une forme de carène.

5 j. : délai moyen de réalisation de nos études numériques

5 à 20 : facteur moyen de réduction des délais de nos études par rapport à des essais sur modèle

5 % : écart moyen maximum observé entre nos résultats de simulations et des essais de validation.

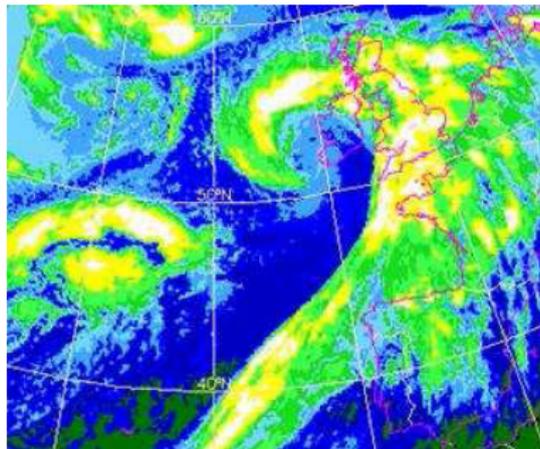
100 : nombre de formes de carènes évaluées en deux semaines grâce à nos outils d'optimisation automatique permettant la sélection des formes les plus performantes

10 à 20 % : gain de résistance moyen à l'issue de nos études d'optimisation de forme de carène

2000 : nombre de couples de calcul disponibles pour réaliser nos simulations

Exemple: Hydrocéan, société de simulations pour la construction navale

Météorologie

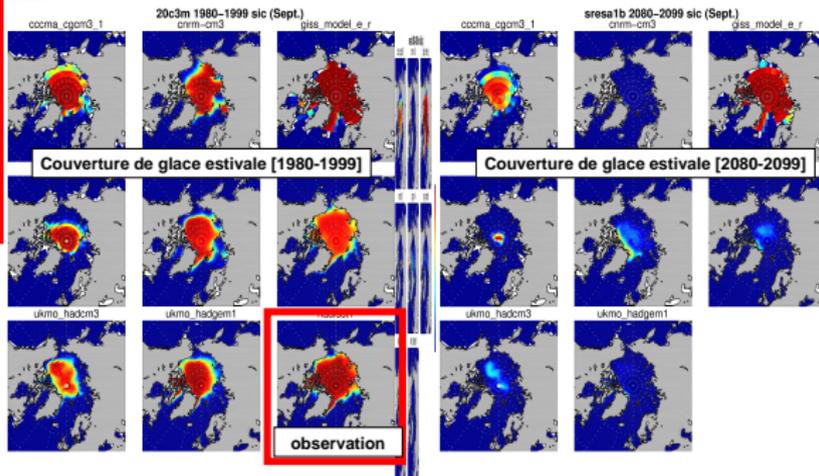


Provenance des images: site web de Météo France

Réchauffement climatique

4. Les scénarios pour le XXI^{ème} siècle

5. Plus de glace de mer au pôle Nord



Provenance de l'image: D. Swingedouw (CEA, Saclay)

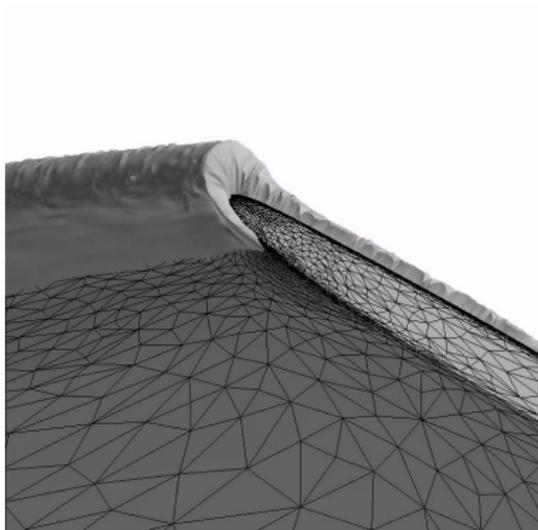
Autres exemples environnementaux

- Evolution de bancs de sables côtiers
- Tsunamis
- Avalanches
- Propagation d'ondes sismiques

Autres applications médicales

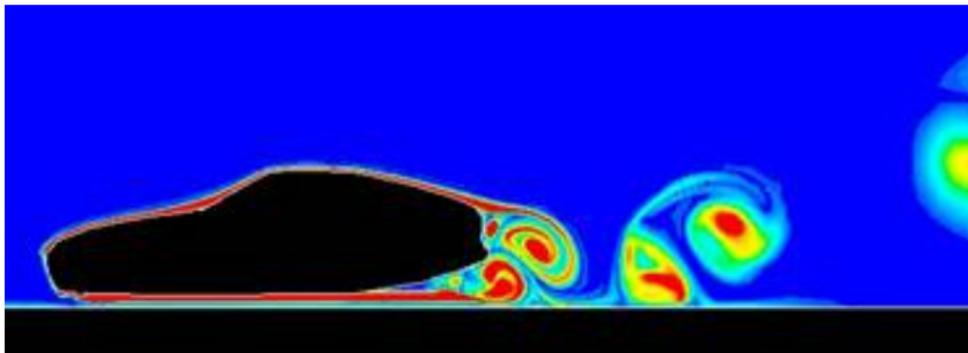
- Stents dans des artères partiellement obturées
- Aérosols dans les voies respiratoires
- Modélisation du fonctionnement du poumon
- Optimisation du placement des électrodes d'un peacemaker

Aéronautique: prévenir le givrage des ailes d'avions



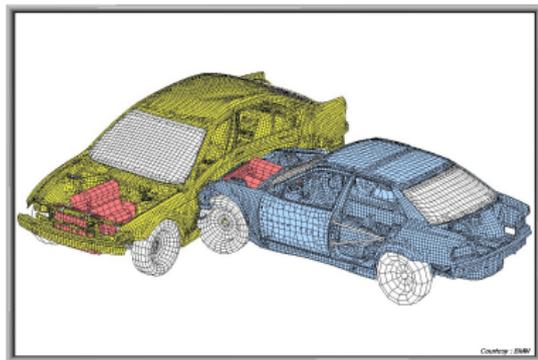
Provenance des images: Héloïse Beaugendre, Institut de Mathématiques de Bordeaux

Automobile: aérodynamisme



Provenance de l'image: Site du FETES, centrale Marseille

Automobile: crash-tests



Provenance des images: ESI group et ATZ worldwide

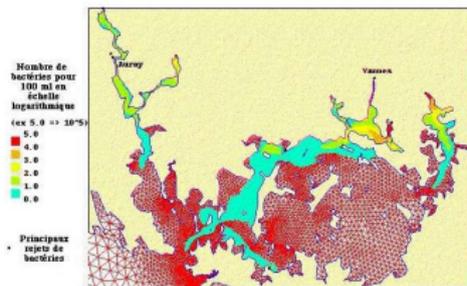
Parc d'attractions

Maillage adaptatif pour l'étude de la friction de l'air sur une tyrolienne, Provenance des images: Optimad Engineering.

Autres exemples industriels

- EDF: écoulements d'eau dans des circuits de refroidissement, tests de rupture de barrages...
- Commissariat à l'Énergie Atomique: simulations numériques en remplacement des essais nucléaires.
- Radars, industrie agro-alimentaire, mouvements de foule, etc

Taux de bactéries dans le golfe du Morbihan à la fin du jasant



Exemple d'utilisation de SUBIEF pour une étude de qualité de l'eau dans le golfe du morbihan
On y étudie l'évolution des bactéries rejetées par différents égouts et émissaires.

Etude réalisée pour le conseil général du Morbihan

Provenance de l'image: site web du code Telemac

La démarche d'étude

① Modélisation:

Elaborer un modèle mathématique qui représente le problème considéré

② Approximation:

Construire une méthode numérique pour calculer une solution approchée

③ Implantation algorithmique:

Programmer efficacement et sans bugs la méthode numérique

La démarche d'étude

En vrai, pour que ça serve vraiment:

- ① Echanges avec physiciens, biologistes, médecins, etc
- ② Modélisation
- ③ Approximation
- ④ Implantation algorithmique
- ⑤ Validation du modèle mathématique en comparant les résultats à des expériences

Modélisation

- Contexte de l'étude très important dans la détermination du modèle:
- Exemple: étude de l'écoulement d'eau dans une canalisation:
 - Mécanique relativiste / Mécanique classique
 - Mécanique du solide/ Mécanique des fluides
 - Fluide compressible/ Fluide incompressible
 - Fluide visqueux/ Fluide non-visqueux

Modélisation

- Suivant le contexte de l'étude, déterminer quels paramètres, quelles forces, quelles réactions jouent un rôle important dans le phénomène à modéliser.
- A partir des lois de la physique
Par ex: mécanique des fluides
- A partir de lois empiriques issues d'expériences
Par ex: aérosols dans les voies respiratoires
- Avec de l'assimilation de données si le reste n'est pas possible
Par ex: croissance de tumeurs

Après la modélisation

Etude mathématique du modèle:

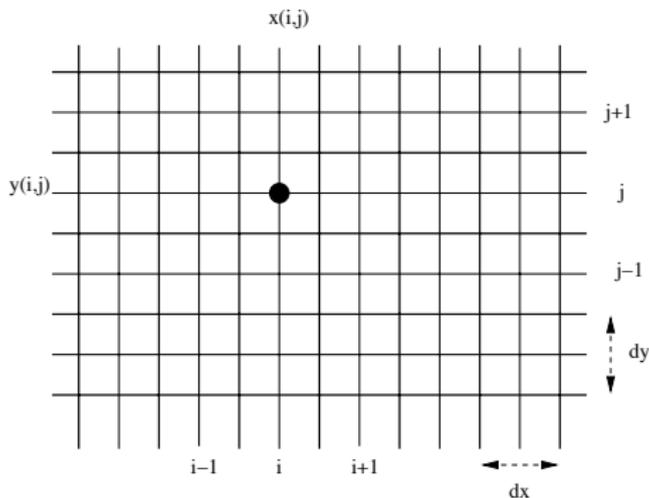
- Est-ce que le problème est bien posé?
Existence, unicité de la solution
- Démonstration de propriétés de la solution:
conservation de l'énergie, périodicité...
- Dans certains (rares) cas, on obtient une solution exacte du problème, mais en général, ce n'est pas possible.
→ On cherche alors une solution approchée.

Discrétisation pour la méthode numérique

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t}(t, x) + \frac{\partial u}{\partial x}(t, x) &= 0 \text{ sur } [0, 1] \\ u(0, x) &= u_0(x) \text{ sur } [0, 1] \\ u(t, 0) &= u(t, 1)\end{aligned}$$

On cherche une solution approchée sous forme discrète:

$u_{i,j}^n$ sur les points $x_i = i dx, y_j = j dy$ d'une grille, aux instants successifs $t^n = n dt$.



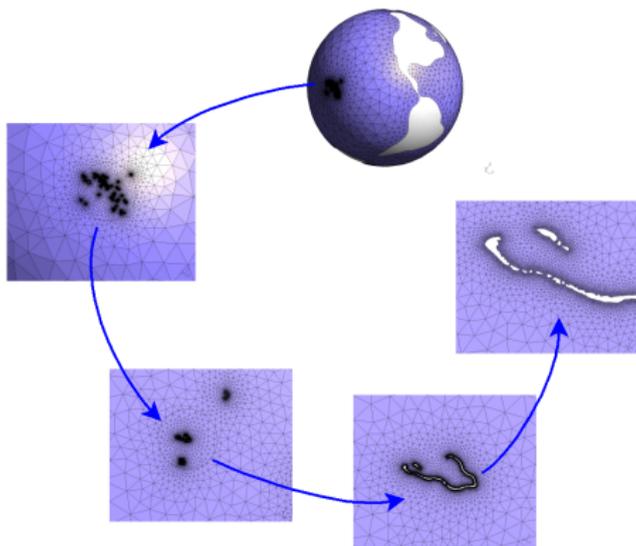
Discretisation

$$\underbrace{\frac{u(t^{n+1}, x_j) - u(t^n, x_j)}{dt}}_{=\frac{\partial u}{\partial t} + O(dt)} + \underbrace{\frac{u(t^n, x_{j+1}) - u(t^n, x_{j-1}))}{2 dx}}_{=\frac{\partial u}{\partial x} + O(dx^2)} \approx 0$$

$$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{dt} + \frac{u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{2 dx} = 0$$

$$u_j^{n+1} = u_j^n - \frac{dt}{2 dx} (u_{j+1}^n - u_{j-1}^n)$$

Discrétisation: maillages



Mesh generated using Gmsh
<http://www.geuz.org/gmsh>

Discrétisation: maillages

Provenance des images: Cécile Dobrzynski, Institut de Mathématiques de Bordeaux

Discrétisation

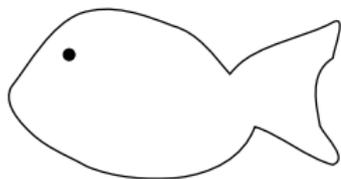
Etude des propriétés de ces méthodes numériques:

- Stabilité (pas d'oscillations parasites)
- Précision de l'approximation
- Convergence vers la vraie solution
- Conservation des propriétés de la vraie solution
- ...

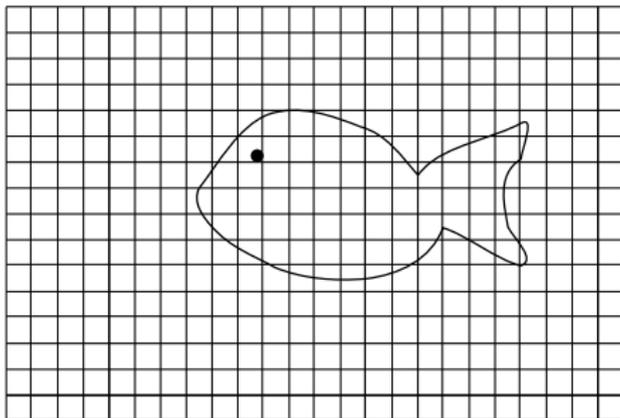
Exemple: Nage de poissons



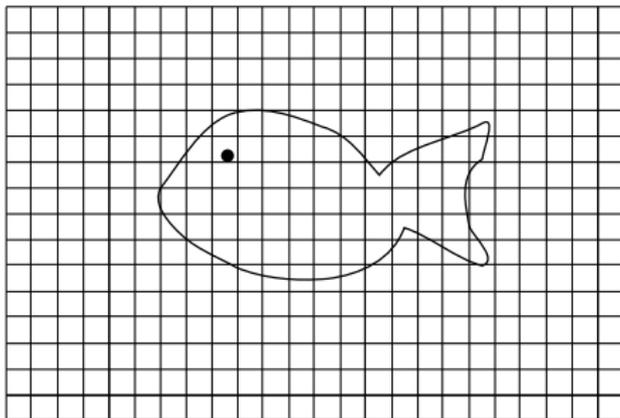
Exemple: Nage de poissons



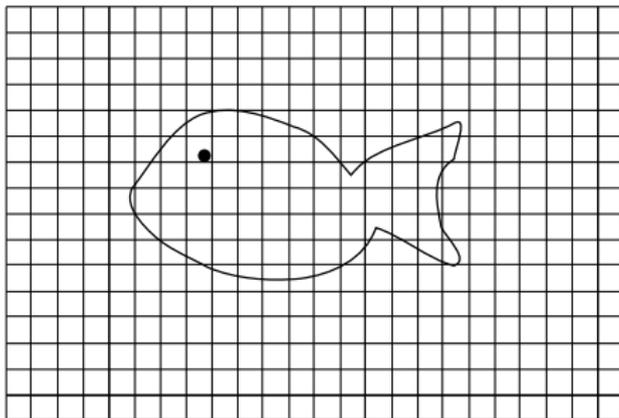
Exemple: Nage de poissons



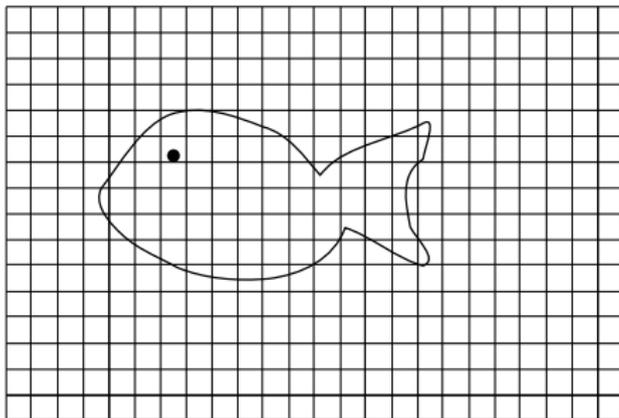
Exemple: Nage de poissons



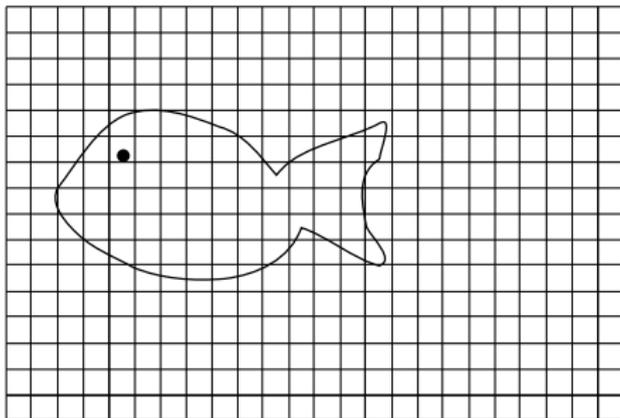
Exemple: Nage de poissons



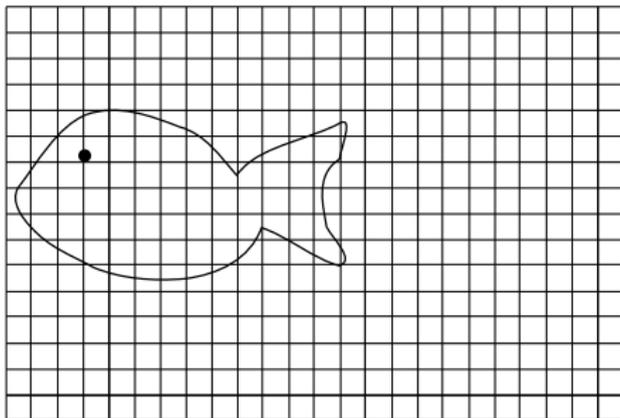
Exemple: Nage de poissons



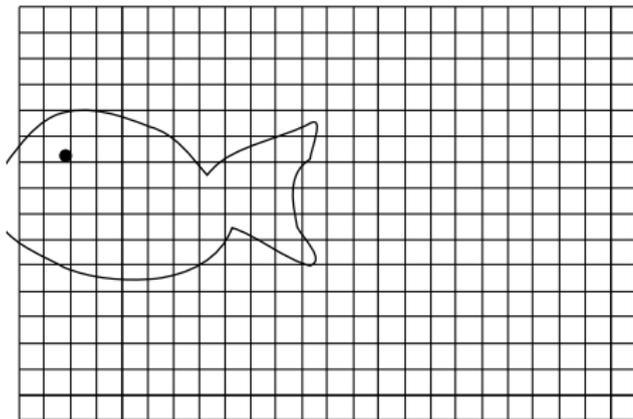
Exemple: Nage de poissons



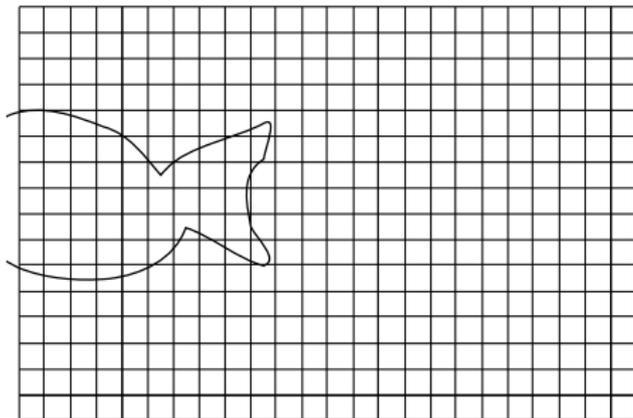
Exemple: Nage de poissons



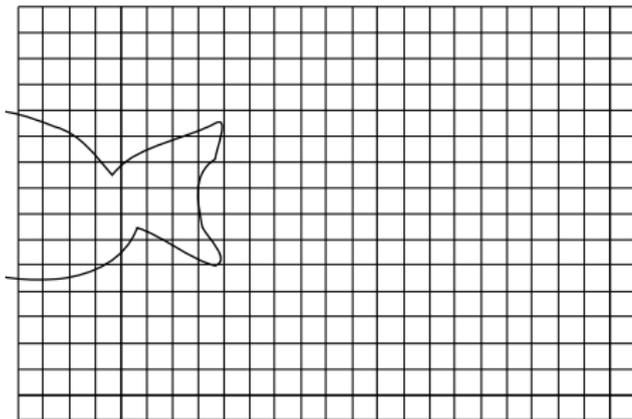
Exemple: Nage de poissons



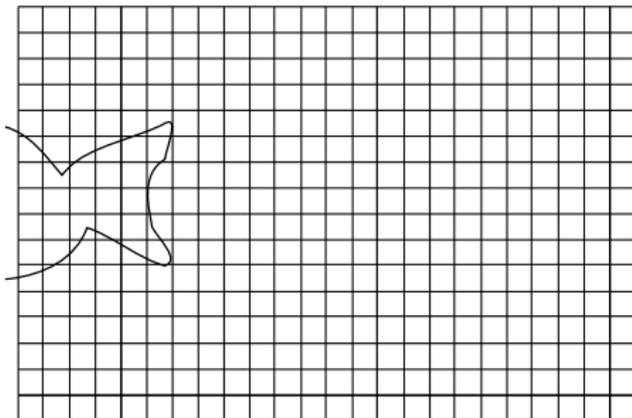
Exemple: Nage de poissons



Exemple: Nage de poissons



Exemple: Nage de poissons



Exemple: Nage de poissons

Etude de l'efficacité de la nage

Exemple: Nage de poissons

Il nous faut une forme de poisson réaliste!

Exemple: Nage de poissons

Modèle de poisson plus réaliste

Exemple: Nage de poissons

Course-poursuite

Exemple: Nage de poissons

Une méduse

Ca marche aussi avec des éoliennes

Et pour un poisson volant,
que nous manque-t-il?



Provenance de l'image: Christophe Louvet

- un très bon suivi de l'interface eau-air
- une résolution stable et suffisamment précise pour "supporter" les différences de densité entre eau et air

Chute d'une goutte d'eau

Eau: $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\mu = 1,137 \cdot 10^{-3} \text{ kg/ms}$,

Air: $\rho = 1 \text{ kg/m}^3$, $\mu = 1,78 \cdot 10^{-5} \text{ kg/ms}$,

$\sigma = 0.0728 \text{ kg/s}^2$, goutte de rayon 3 mm, $Tf = 0.06 \text{ s}$.

Elévation d'une bulle

Des questions?