

Contrôle optimal et sous optimal d'écoulement décollé par réduction de modèles POD.

Michel Bergmann

Laurent Cordier & Jean-Pierre Brancher

Laurent.Cordier@ensem.inpl-nancy.fr

Laboratoire d'Énergétique et de Mécanique Théorique et Appliquée

UMR 7563 (CNRS - INPL - UHP)

ENSEM - 2, avenue de la Forêt de Haye

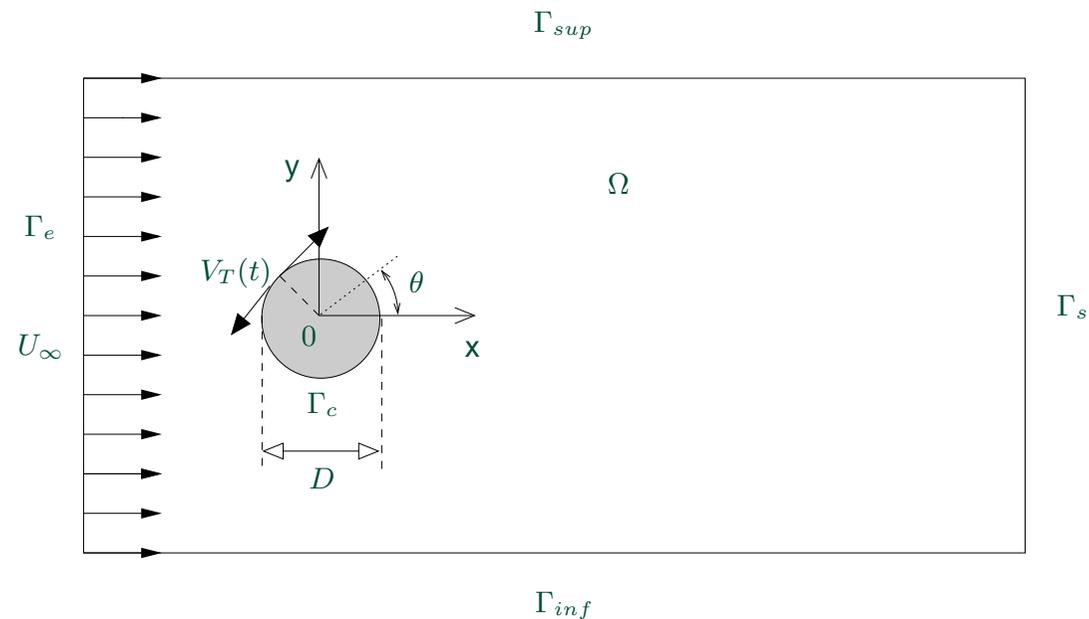
BP 160 - 54504 Vandoeuvre Cedex, France



Introduction Configuration d'étude

- Écoulement 2D autour d'un cylindre circulaire à $Re = 200$
- Fluide visqueux, incompressible et newtonien
- Oscillations du cylindre à une vitesse tangentielle

$$\gamma(t) = \frac{V_T}{U_\infty} = A \sin(2\pi St_f t)$$



Déterminer les paramètres $c = (A, St_f)^T$ qui minimisent le coefficient de traînée moyen



Introduction Coefficient de traînée & écoulement de base stationnaire instable

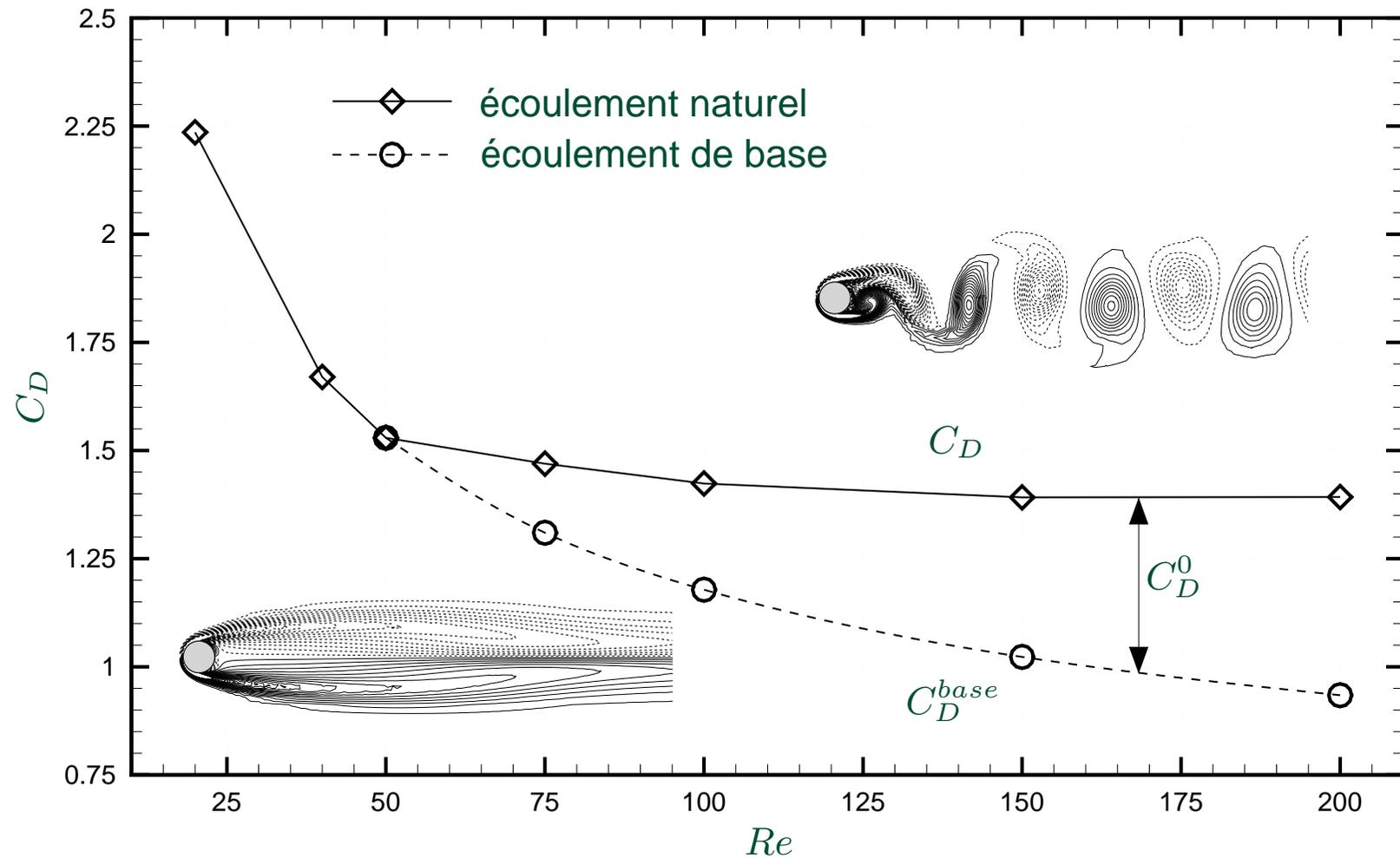


Fig. : Evolution du coefficient de traînée moyen en fonction du nombre de Reynolds. Comparaison entre l'écoulement naturel et l'écoulement de base stationnaire instable.

Protas, B. et Wesfreid, J.E. (2002) : Drag force in the open-loop control of the cylinder wake in the laminar regime. *Phys. Fluids*, **14**(2), pp. 810-826.



Introduction *Un écoulement simple, une dynamique riche*

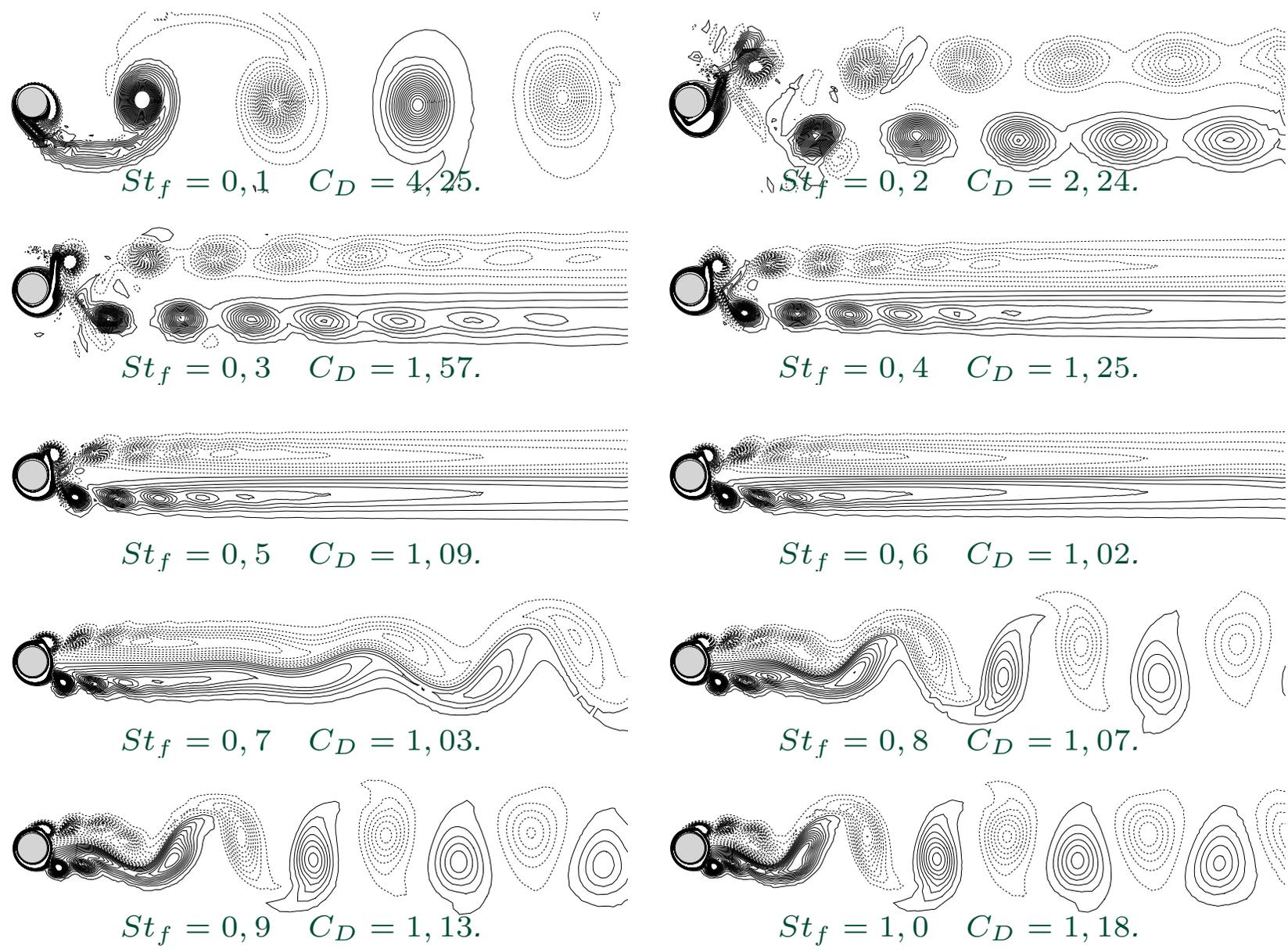


Fig. : Isovaleurs de la vorticité ω_z pour $A = 3$



I - Réduction de modèle *Système dynamique du sillage contrôlé d'un cylindre*

► Remplacer

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \\ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u} \otimes \mathbf{u}) = -\nabla p + \frac{1}{Re} \Delta \mathbf{u}. \end{cases}$$

par un système dynamique réduit avec N_{gal} ($\ll N_{POD}$) modes retenus :

$$\begin{cases} \frac{d a_i(t)}{d t} = \mathcal{A}_i + \sum_{j=1}^{N_{gal}} \mathcal{B}_{ij} a_j(t) + \sum_{j=1}^{N_{gal}} \sum_{k=1}^{N_{gal}} \mathcal{C}_{ijk} a_j(t) a_k(t) \\ \quad + \mathcal{D}_i \frac{d \gamma}{d t} + \left(\mathcal{E}_i + \sum_{j=1}^{N_{gal}} \mathcal{F}_{ij} a_j(t) \right) \gamma + \mathcal{G}_i \gamma^2 \\ a_i(0) = (\mathbf{u}(\mathbf{x}, 0), \Phi_i(\mathbf{x})). \end{cases}$$

► Décomposition POD

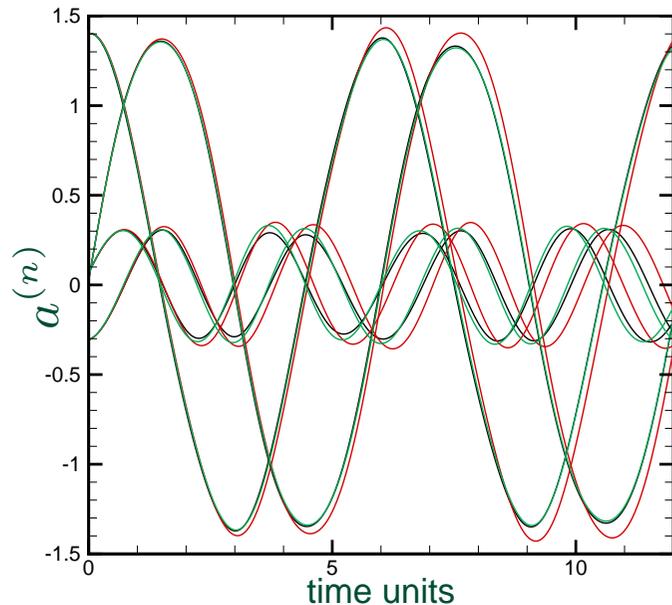
$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{u}_m(\mathbf{x}) + \gamma(t) \mathbf{u}_c(\mathbf{x}) + \sum_{k=1}^{N_{POD}} a_k(t) \Phi_k(\mathbf{x}).$$



II - Réduction de modèle *Intégration et stabilisation du modèle réduit*

Cas test $\gamma = A \sin(2\pi St_f t)$, $A = 2$ and $St_f = 0.5$.

Erreurs de reconstruction POD ROM \Rightarrow amplification temporelle des modes



Evolution temporelle des 6 premiers modes POD.

► Causes :

- Extraction des grosses et moyennes structures porteuses d'énergie
- Essentiel de dissipation dans les petites structures

► Solution :

- Ajout de viscosités artificielles optimales sur chaque mode POD

projection (Navier-Stokes) : $a_{\tau n}(t)$

prédiction avant stabilisation (POD ROM)

prédiction après stabilisation (POD ROM).



III - Base POD non réactualisée *Présentation*

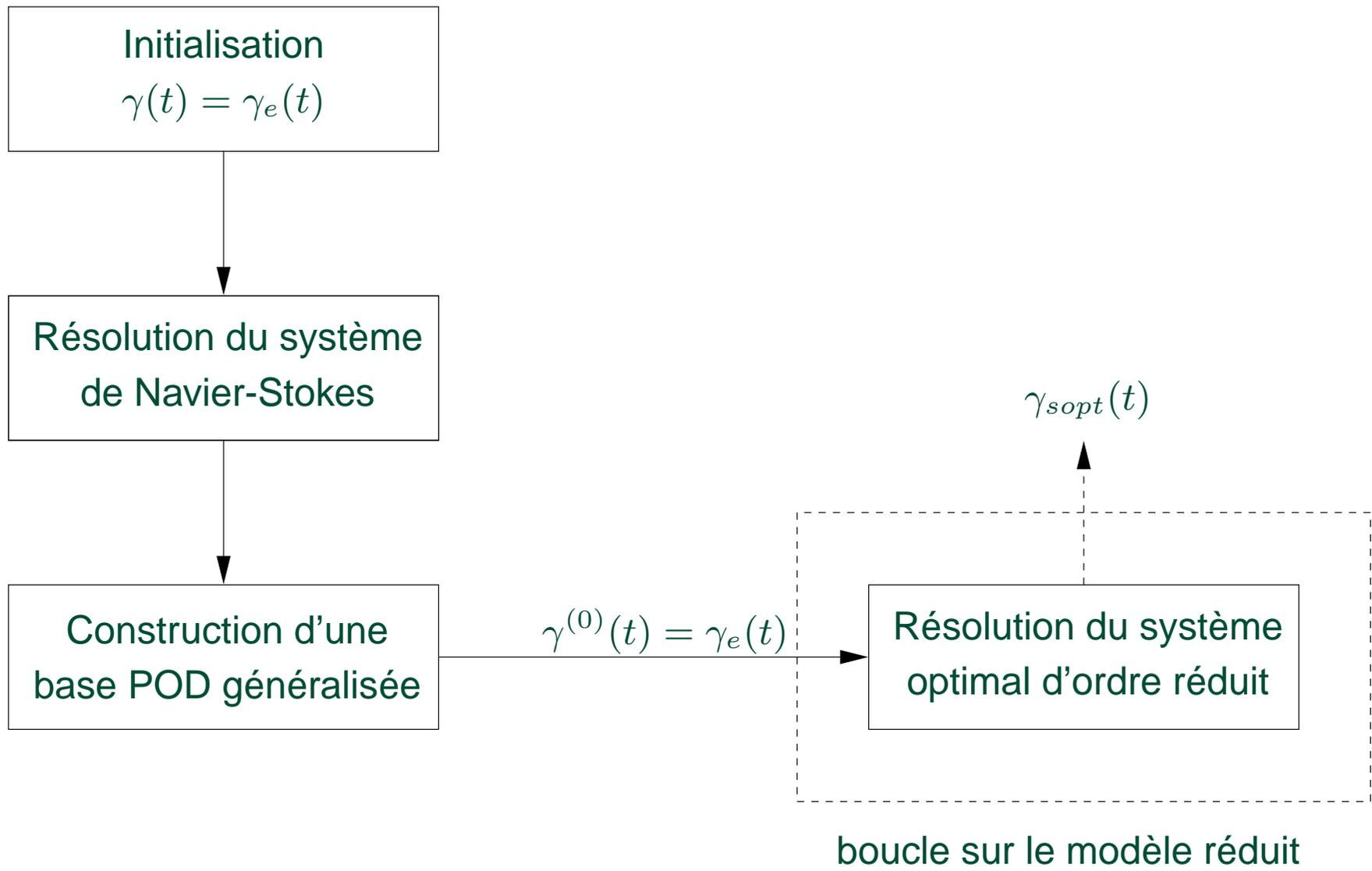
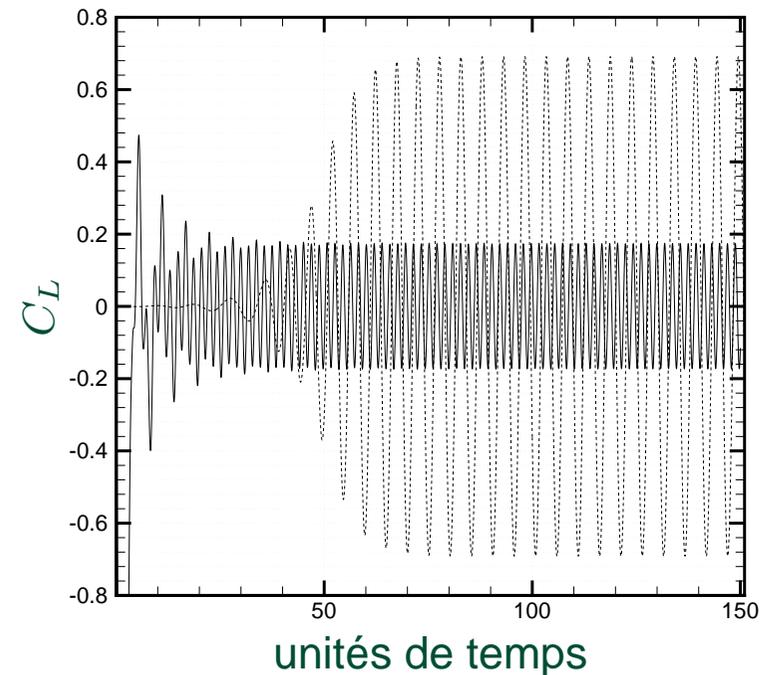
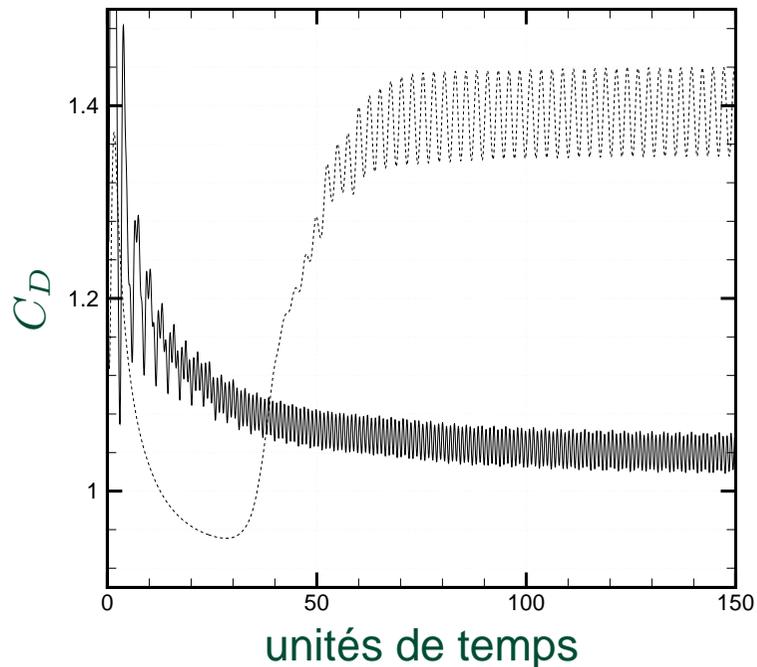


Fig. : Représentation schématique de la méthode d'optimisation sans réactualisation de la base POD.



III - Base POD non réactualisée Coefficients aérodynamiques



- Importante réduction de traînée (**plus de 25%**) :

$C_D = 1,40$ pour $\gamma = 0$ et $C_D = 1,06$ pour $\gamma = \gamma_{opt} \simeq A \sin(2\pi St t)$ avec $A = 2,2$ et $St = 0,53$.

- Temps de calcul :

100 fois inférieur par POD ROM que par NSE !

- Stockage mémoire :

600 fois moins de variables par POD ROM que par NSE !



IV - Base POD réactualisée *Présentation*

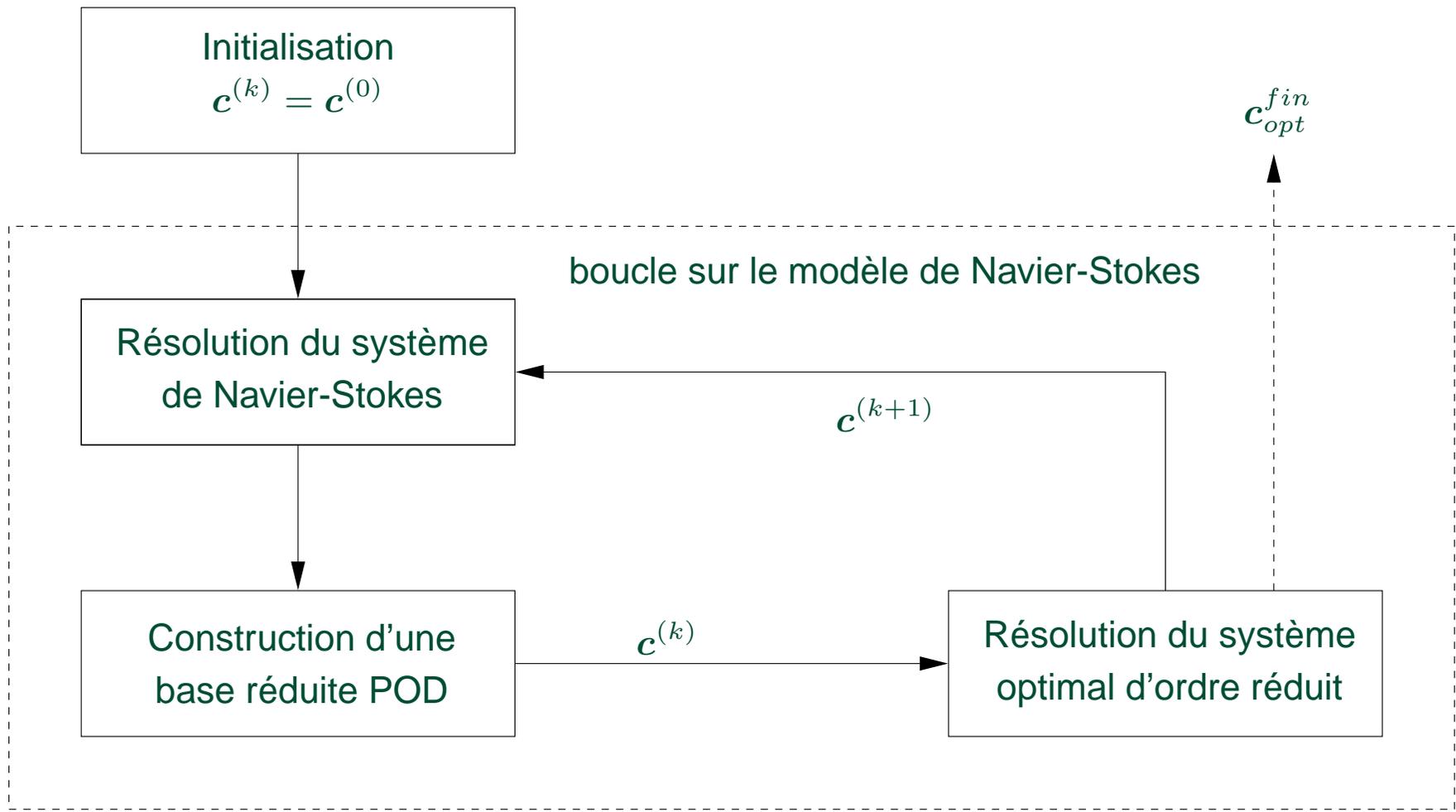


Fig. : Représentation schématique de la méthode d'optimisation avec réactualisation de la base POD.

Quand avoir recours au modèle de Navier-Stokes ?
TRPOD



IV - Base POD réactualisée Méthode à région de confiance (TRPOD)

Initialisation : c_0 , résolution du modèle de Navier-Stokes, \mathcal{J}_0 . $k = 0$.

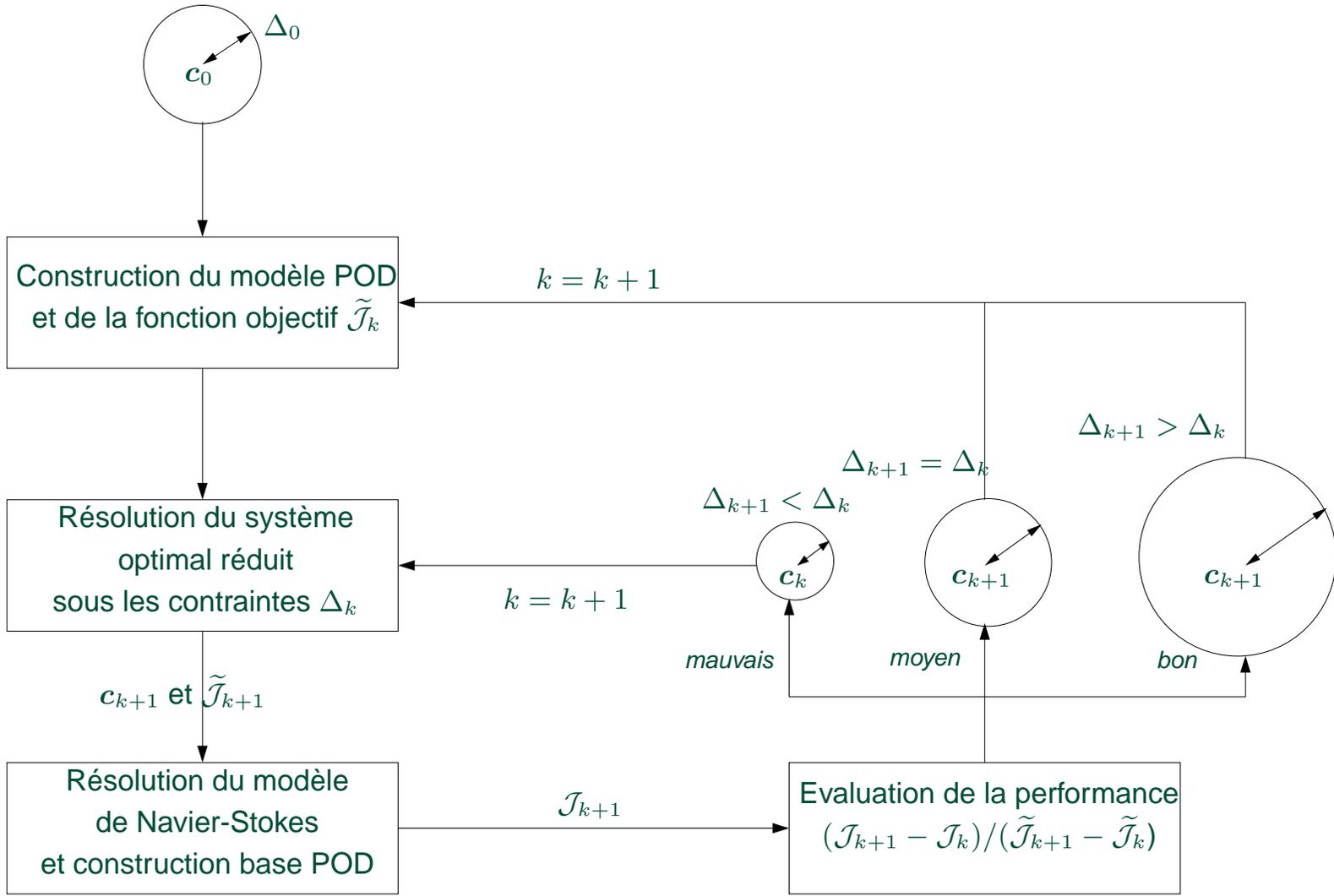
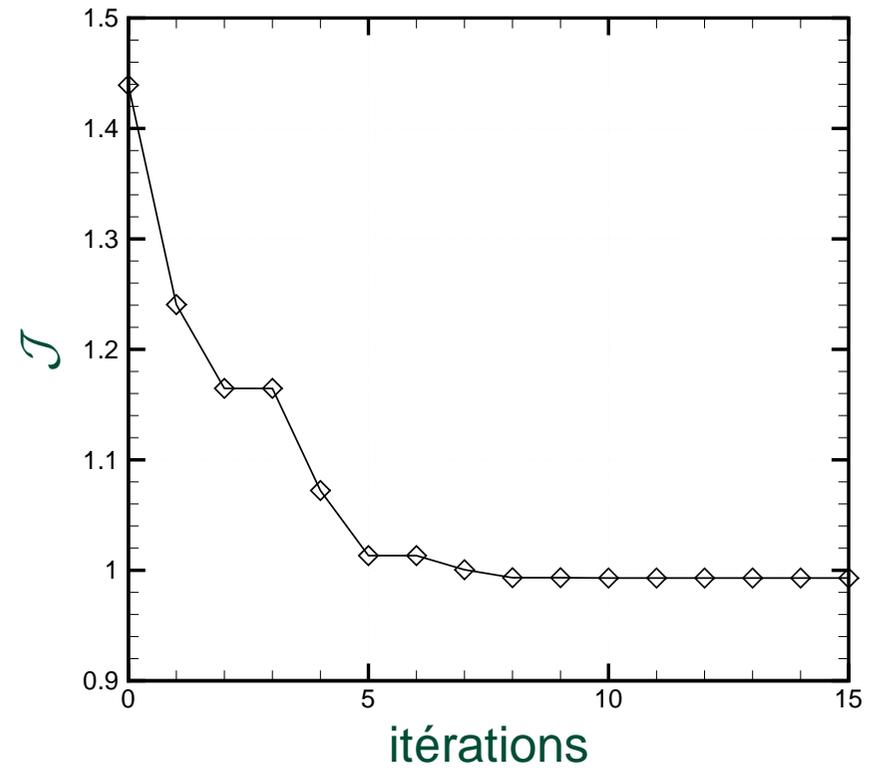
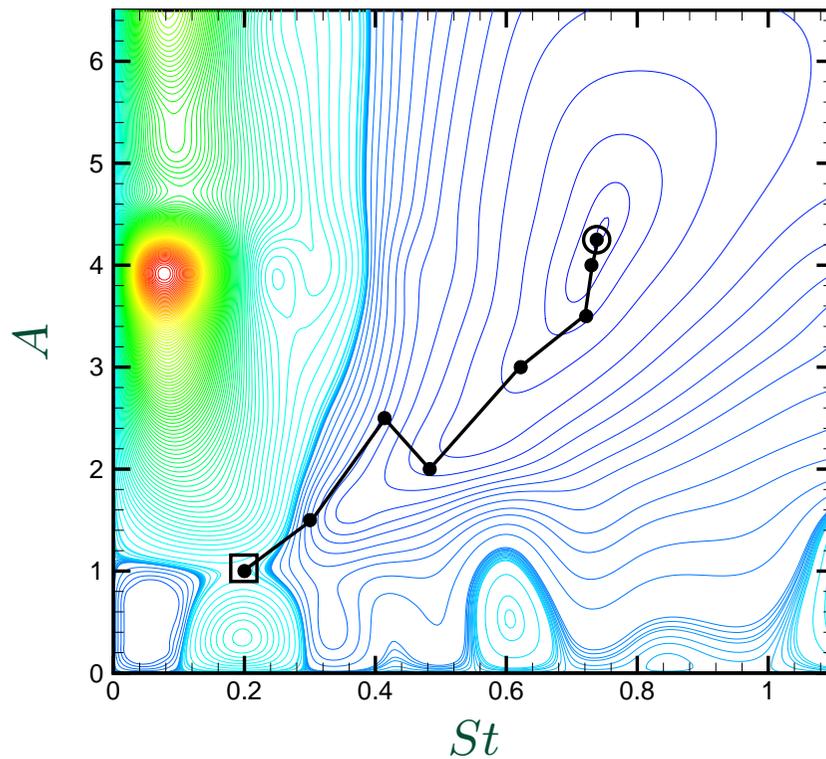


Fig. : Schématisation de la méthode à région de confiance.



IV - Base POD réactualisée *Méthode à région de confiance (TRPOD)*

Paramètres de contrôle initiaux : $A = 1,0$ et $St = 0,2$



Paramètres de contrôle optimaux : $A = 4,25$ et $St = 0,74$

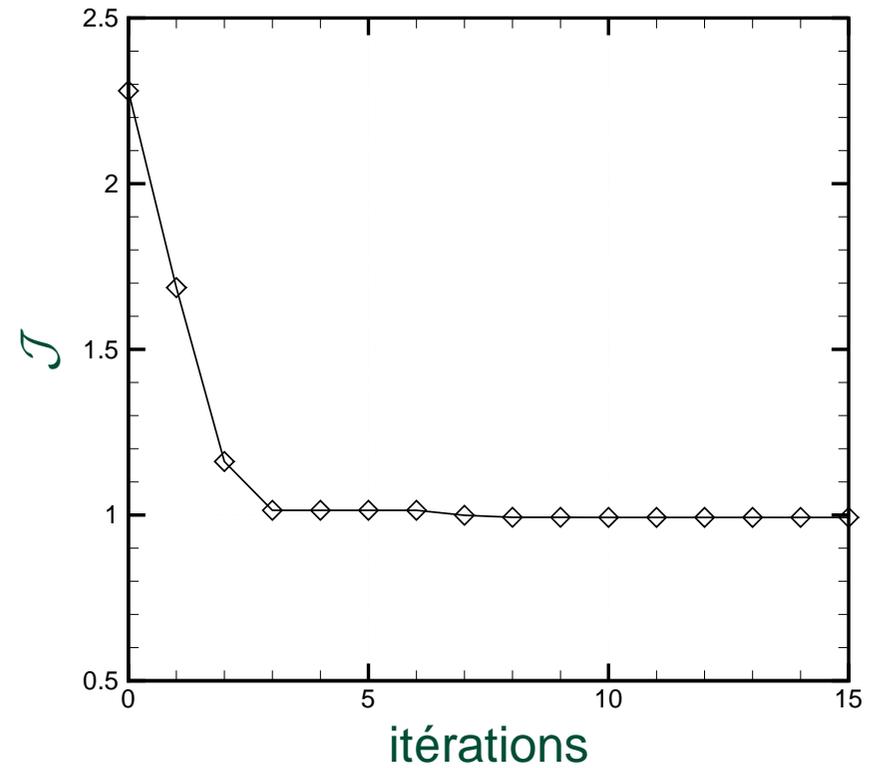
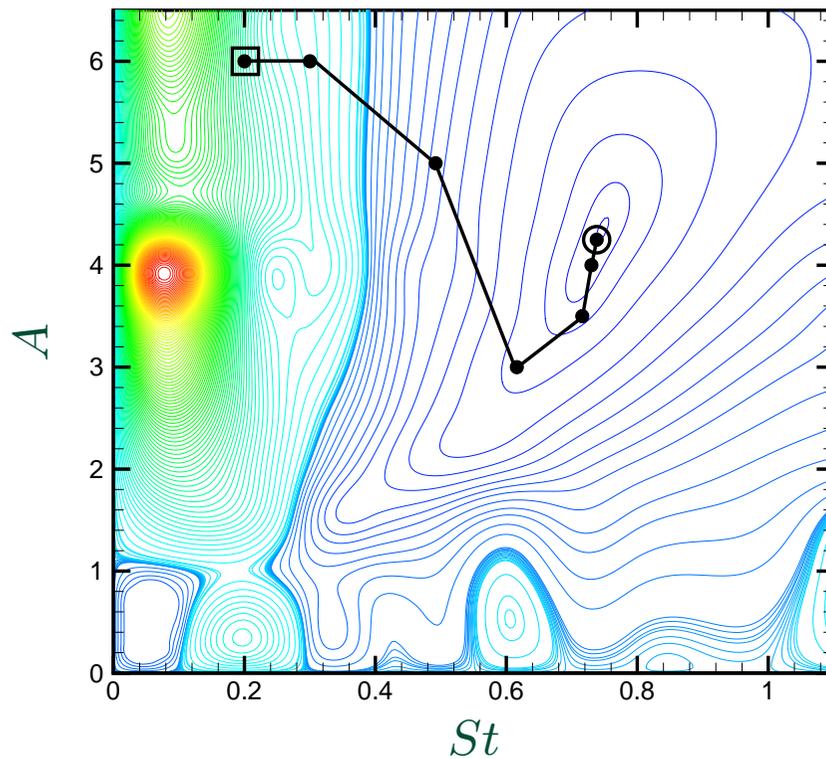
Coefficient de traînée moyen : $\mathcal{J} = 0,993$

Obtenus en uniquement 8 résolutions de Navier-Stokes



IV - Base POD réactualisée *Méthode à région de confiance (TRPOD)*

Paramètres de contrôle initiaux : $A = 6,0$ et $St = 0,2$



Paramètres de contrôle optimaux : $A = 4,25$ et $St = 0,74$

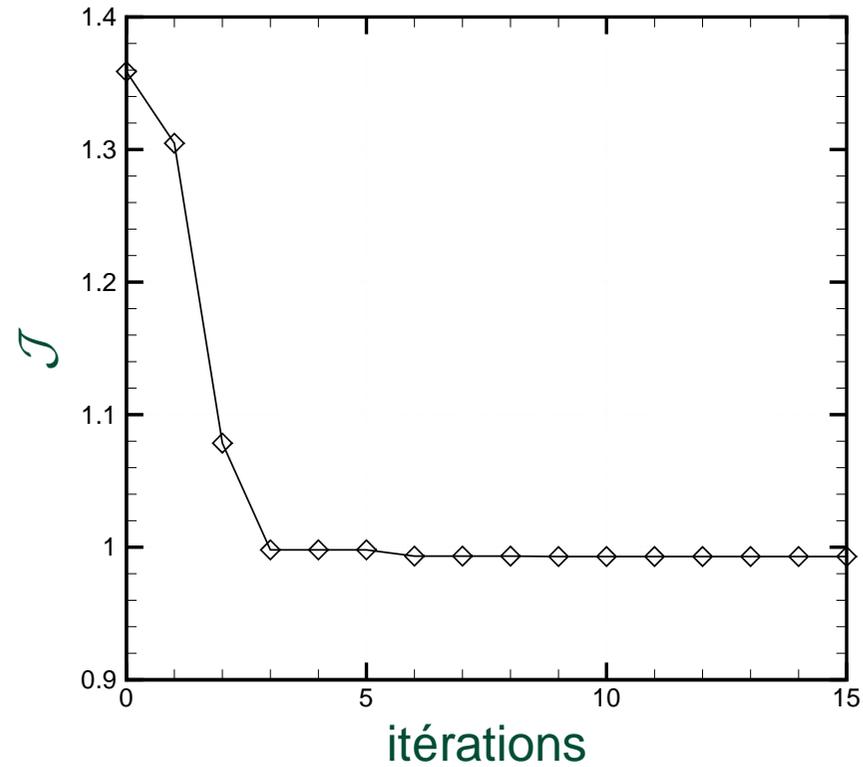
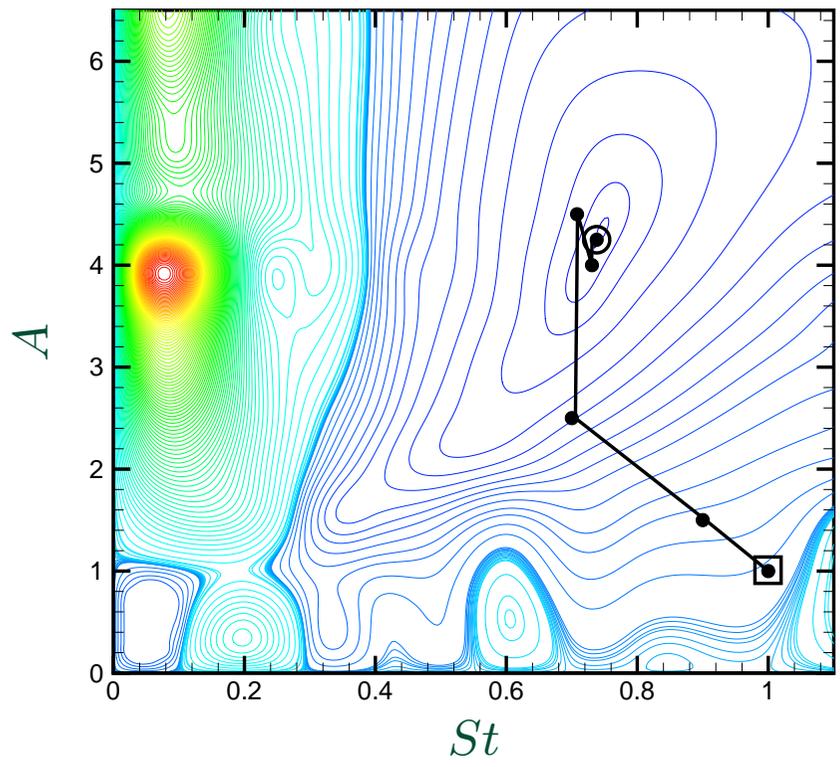
Coefficient de traînée moyen : $\mathcal{J} = 0,993$

Obtenus en uniquement 6 résolutions de Navier-Stokes



IV - Base POD réactualisée *Méthode à région de confiance (TRPOD)*

Paramètres de contrôle initiaux : $A = 1,0$ et $St = 1,0$



Paramètres de contrôle optimaux : $A = 4,25$ et $St = 0,74$

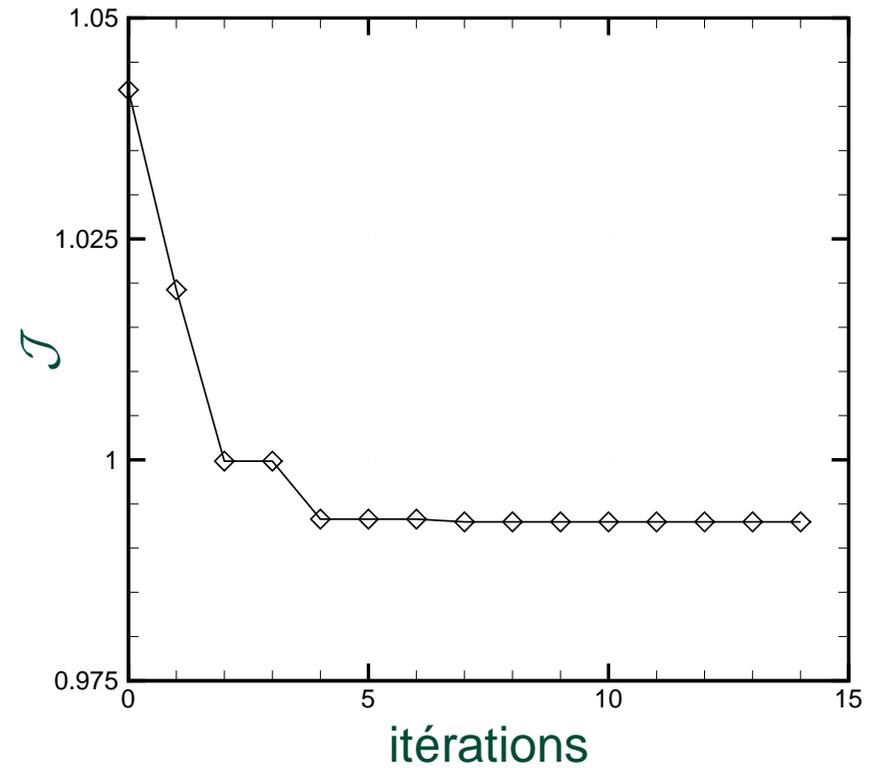
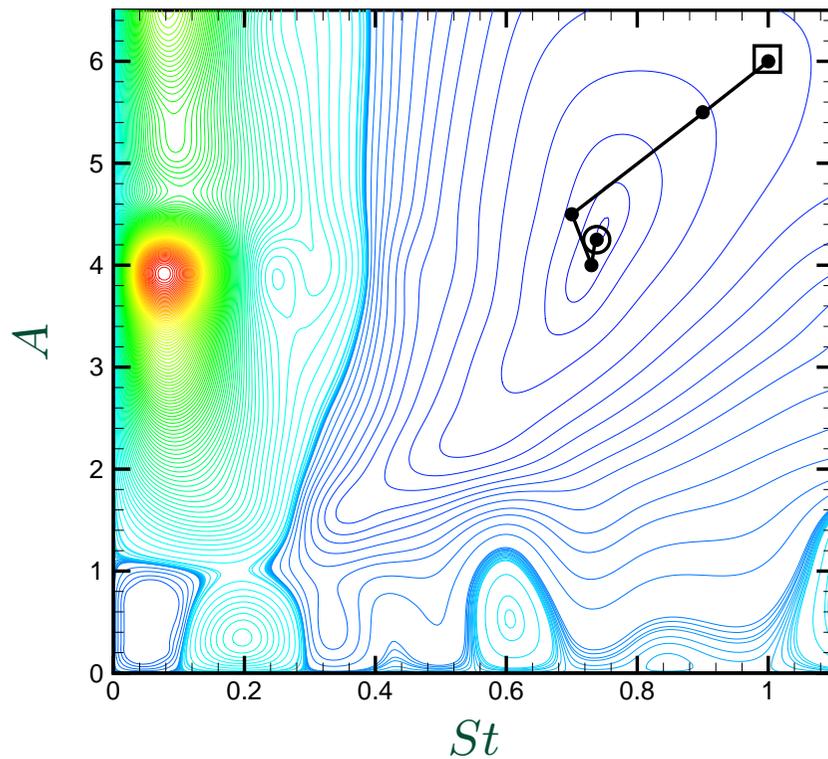
Coefficient de traînée moyen : $\mathcal{J} = 0,993$

Obtenus en uniquement 5 résolutions de Navier-Stokes



IV - Base POD réactualisée *Méthode à région de confiance (TRPOD)*

Paramètres de contrôle initiaux : $A = 6,0$ et $St = 1,0$



Paramètres de contrôle optimaux : $A = 4,25$ et $St = 0,74$

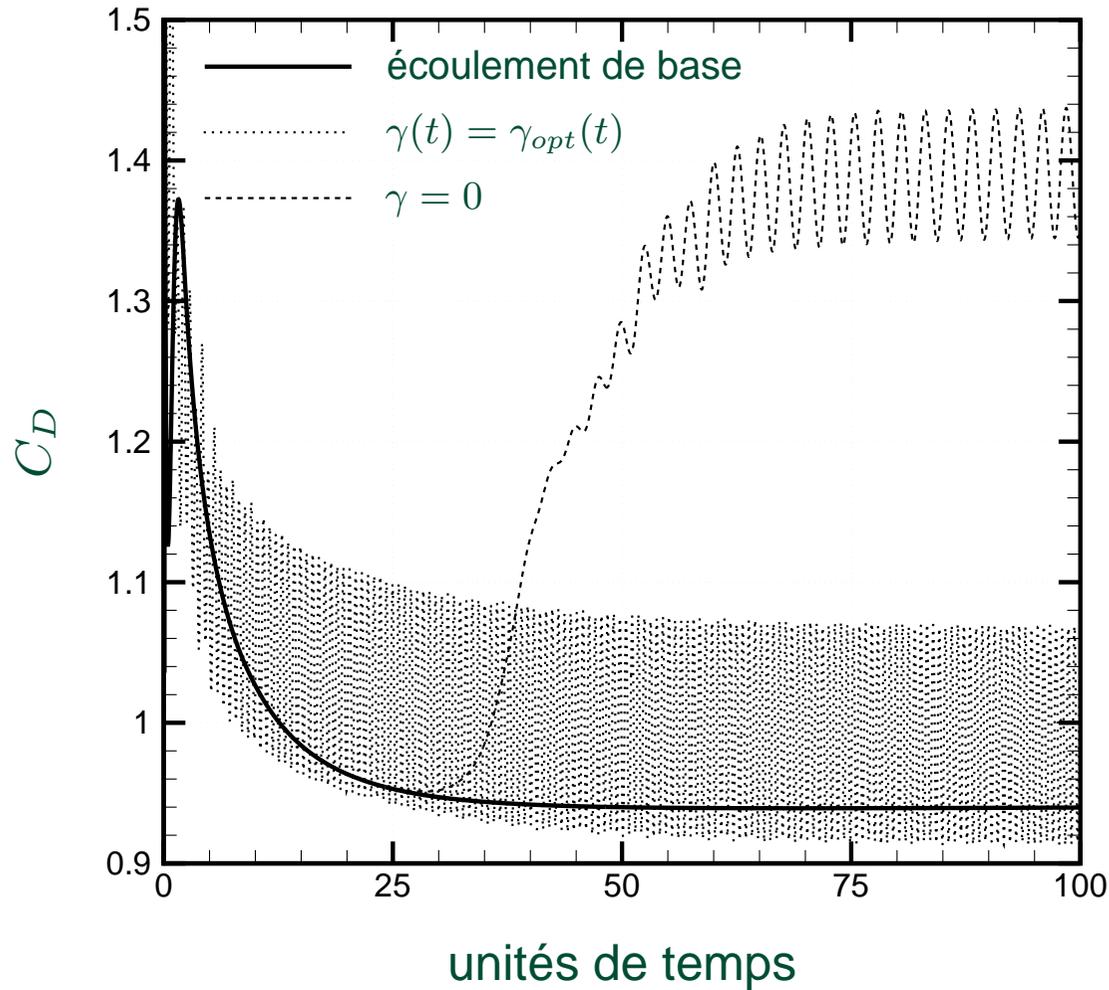
Coefficient de traînée moyen : $\mathcal{J} = 0,993$

Obtenus en uniquement 4 résolutions de Navier-Stokes



IV - Base POD réactualisée Résultats numériques

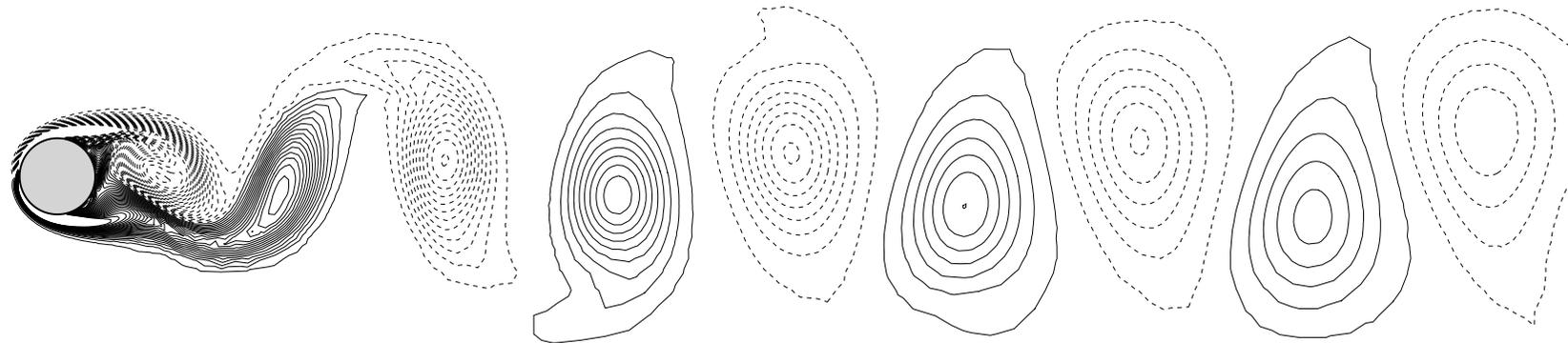
► Loi de contrôle optimale : $\gamma_{opt}(t) = A \sin(2\pi St t)$ avec $A = 4,25$ et $St = 0,74$



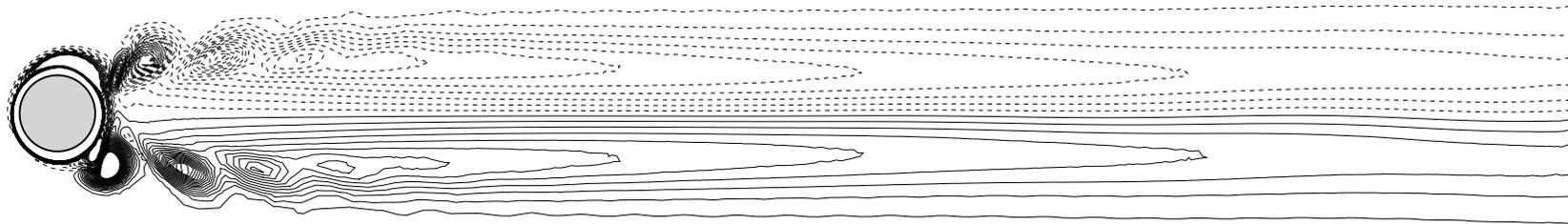
► Diminution relative du coefficient de traînée de 30% ($\mathcal{J}_0 = 1,4 \Rightarrow \mathcal{J}_{opt} = 0,99$)



IV - Base POD réactualisée Résultats numériques



Écoulement non contrôlé, $\gamma = 0$.



Écoulement contrôlé, $\gamma = \gamma_{opt}$.

Fig. : Isocontours de vorticité ω_z .

Écoulement contrôlé : Sillage proche fortement instationnaire, sillage lointain (après 5 diamètres) stationnaire et symétrique → écoulement de base stationnaire instable

