

Conclusion et perspectives

Dans ce mémoire, nous avons abordé le contrôle d'écoulement par une approche qui couple théorie du contrôle optimal et modèles réduits de dynamique construits par Décomposition Orthogonale aux valeurs Propres (*Proper Orthogonal Decomposition*, POD). L'objectif était de démontrer que cette méthode est pertinente pour aborder le contrôle d'écoulement dans des configurations industrielles, dans le sens où elle lie amélioration des performances aérodynamiques et réduction conséquente du coût de synthèse de la loi de contrôle. Pour des raisons de facilité de mise en œuvre, la pertinence de la méthode a été évaluée sur le sillage laminaire bidimensionnel d'un cylindre circulaire qui constitue une configuration décollée modèle. Dans cette étude, la loi de contrôle est l'évolution temporelle de la vitesse tangentielle du cylindre dont la variation a été supposée sinusoïdale. L'objectif de minimisation est la réduction optimale du coefficient de traînée aérodynamique. Enfin, les simulations numériques de l'écoulement ont été réalisées par une méthode d'éléments finis pour un nombre de Reynolds égal à 200.

Pour commencer, nous avons étudié numériquement l'influence des deux paramètres de contrôle du système, l'amplitude A et le nombre de Strouhal St de l'oscillation, sur l'écoulement. Plus particulièrement, nous avons considéré la dynamique tourbillonnaire et les performances aérodynamiques mesurées en terme de l'évolution temporelle des coefficients de portance, de traînée et de moment (annexe A et Bergmann, 2004). Dans cette étude paramétrique, l'amplitude A varie de 0,5 à 6,5 avec un pas de 0,5 et le nombre de Strouhal St de 0,1 à 1 par pas de 0,1. Les variations du coefficient de traînée en fonction de ces deux paramètres ont ainsi pu être évaluées avec précision. Une interpolation a montré que les paramètres de contrôle qui minimisent la fonction objectif sont $A = 4,33$ et $St = 0,74$ (figure A.1). Les résultats de cette étude, ont permis une validation *a posteriori* des procédures d'optimisation développées dans ce mémoire.

Lorsque les équations de Navier-Stokes sont considérées comme équation d'état dans une approche par contrôle optimal, les coûts numériques (temps d'exécution et encombrement mémoire) deviennent rapidement prohibitifs. Dans l'objectif de réduire ces coûts, des modèles d'ordre réduit basés sur la POD ont été utilisés dans ce mémoire pour équation d'état. Afin que ces modèles réduits de dynamique puissent servir dans une procédure de contrôle, il est nécessaire que ceux-ci dépendent de manière explicite des paramètres de contrôle du système. Pour cela, la méthode de la *fonction de contrôle* proposée par Graham *et al.* (1999a) a été mise en œuvre. Après projection de Galerkin du système Navier-Stokes sur les fonctions propres de la POD, l'optimalité énergétique de cette base est évoquée pour ne retenir dans le modèle réduit de dynamique que les modes les plus énergétiques. Cette troncature dans les modes POD entraîne que les modes d'ordre élevé, associés de manière classique aux échelles dissipatives de l'écoulement, ne sont pas résolus. Pour les prendre en compte de manière implicite, des viscosités artificielles, calculées de manière optimale, sont rajoutées sur chacun des modes (§ 4.4.2). Cette stabilisation numérique a permis de beaucoup améliorer la capacité du modèle réduit à représenter fidèlement la dynamique étudiée. Le système réduit ainsi stabilisé, a alors été utilisé avec succès dans une analyse de stabilité linéaire (§ 4.5). Le seuil de la première bifurcation de Hopf, ainsi que la fréquence du régime périodique qui lui est associée, ont pu être déterminés avec une très grande précision. Le seuil de la seconde bifurcation, tridimensionnelle, a également pu être prédit correctement. Ces résultats ont non seulement montré la capacité des modèles réduits POD à modéliser fidèlement la dynamique étudiée, mais également à prévoir d'éventuels changements de dynamique associés à l'évolution du nombre de Reynolds.

Des changements de dynamique peuvent également intervenir lorsque les paramètres de contrôle évoluent au cours d'un processus d'optimisation. Or, la POD est essentiellement une méthode de compression d'information qui, au besoin, élimine les redondances contenues dans une base de données (voir discussion dans l'introduction générale et § 3.5.1). Par conséquent, il est difficile d'imaginer que les fonctions propres POD,

évaluées pour un écoulement non contrôlé, puissent capturer les paramètres clés de la dynamique d'un écoulement contrôlé. Par ailleurs, il n'est même pas certain, qu'une base POD, évaluée pour un contrôle donné, puisse servir à représenter un autre type de dynamique contrôlée. Dans une première phase de l'étude (chapitre 5), nous avons considéré qu'il pouvait être pénalisant (ou éventuellement pas nécessaire) de rafraîchir la base réduite POD au cours du processus d'optimisation. Une attention particulière doit alors être apportée au choix de la fonction de contrôle γ à utiliser pour générer les réalisations de l'écoulement avec lesquelles les fonctions POD sont évaluées. En effet, pour que cette approche ait une chance d'aboutir, il est nécessaire que γ balaie l'ensemble de la dynamique contrôlée du système afin que la base POD, dite généralisée (§ 5.4.2), soit en mesure de suivre l'évolution dynamique du système lorsque le contrôle est imposé. Evidemment, si l'on compare aux cas précédents, où l'objectif du modèle réduit, était de constituer un modèle de représentation de la dynamique de l'écoulement, pour un couple donné des paramètres de contrôle, on constate que cela se fait au détriment d'une augmentation du nombre de modes POD à conserver dans la projection POD-Galerkin. Dans cette première approche, la base POD n'est construite que sur des réalisations de vitesse. Dans ce cas, la traînée aérodynamique ne peut pas être directement utilisée comme fonction objectif. On décide alors de faire le même choix que Graham *et al.* (1999b) et de chercher la vitesse tangentielle du cylindre, sous une forme pour l'instant quelconque, qui minimise l'énergie instationnaire contenue dans le sillage. Un système optimal, basé sur ce modèle réduit généralisé et sur cette fonction objectif, a ainsi été construit (§ 5.3.1). La loi de contrôle γ , obtenue après convergence du processus d'optimisation, a finalement été approchée par une loi harmonique d'amplitude 2,2 et de fréquence égale à 0,53 (§ 5.4.3). Finalement, l'utilisation de ces paramètres dans la résolution du système de Navier-Stokes a permis de réduire le coefficient de traînée moyen de 25% (§ 5.4.4). Les réductions du temps de calcul et de l'encombrement mémoire, nécessaires pour obtenir ces résultats, ont été respectivement estimées à un facteur 100 et 600, par rapport à ceux qui auraient été nécessaires, si les équations de Navier-Stokes avaient été utilisées comme équations d'état (§ 5.4.5). Cependant, ces paramètres de contrôle ne correspondent pas aux paramètres de contrôle optimaux déterminés par expérimentation numérique. Ce comportement s'explique, d'une part, par le fait que la fonction objectif reconstruite par modèle réduit, est mathématiquement différente de la traînée, fonction objectif réelle et, d'autre part, par le fait que la base réduite POD n'est finalement pas capable de représenter l'ensemble des dynamiques rencontrés pendant le processus d'optimisation.

Dans un second temps, nous nous sommes alors intéressés, à minimiser directement le coefficient de traînée moyen (chapitres 6 et 7). Dans cette optique, il était donc indispensable de prendre en compte le champ de pression, dont la contribution représente plus de 80% du coefficient de traînée total pour la configuration étudiée. Cela a été fait de manière spécifique à l'aide d'une base POD pour la pression (§ 6.3). Par ailleurs, le modèle réduit POD étant construit à partir de solutions des équations de Navier-Stokes correspondant à une loi de contrôle particulière, son domaine de validité est *a priori* limité dans l'espace des paramètres de contrôle. Pour étendre ce domaine, et permettre ainsi de construire une fonction objectif modèle, qui soit plus robuste vis à vis des évolutions dynamiques qui peuvent intervenir dans le processus d'optimisation, nous avons cherché à améliorer la représentativité dynamique du modèle réduit. Ceci a été effectué en rajoutant à la base POD de nouveaux modes, dits modes de non-équilibre, permettant de prendre en compte des directions de l'espace, qui n'étaient pas initialement présentes dans la base de données POD (§ 6.4.3). La robustesse de la fonction objectif a ainsi été considérablement améliorée (§ 6.4.4).

En dépit de ces premières améliorations du domaine de validité du modèle réduit, il a maintenant été choisie d'introduire un renouvellement régulier du modèle réduit au cours de la phase d'optimisation. Dans cette méthode itérative, les modèles réduits de dynamique POD sont régulièrement réactualisés au cours du processus d'optimisation. Quand le modèle réduit, n'est plus jugé suffisamment représentatif de la dynamique réelle du système, alors on résout une nouvelle fois le système Navier-Stokes, afin de déterminer une nouvelle base réduite, plus à même de représenter la dynamique contrôlée du système. La difficulté principale de la méthode consiste à déterminer le moment où le modèle réduit de dynamique doit être réactualisé. Une méthode d'optimisation adaptative classique (Ravindran, 2000b) a d'abord été mise en œuvre (§ 6.6.1). Sans d'autres précautions, cette simple procédure adaptative ne converge pas. Une raison est que la fonction objectif modèle n'est représentative de la fonction objectif réelle que dans une zone limitée de l'espace des paramètres, zone centrée sur les valeurs des paramètres de contrôle utilisées pour construire le modèle réduit. Par la suite, nous avons donc limité la validité de la fonction objectif à une région située dans un voisinage des paramètres de contrôle courants. Le rayon de cette zone de "confiance", maintenu fixe pendant tout le processus d'optimisation, est fixé de manière purement empirique (§ 6.6.2). Cette modification a permis d'obtenir des résultats encourageants. Bien que les paramètres de contrôle obtenus ne convergent pas, ils oscillent autour de paramètres qui permettent de réduire significativement la valeur du coefficient de traînée

moyen. Une réduction relative de 30% est obtenue.

L'inconvénient de cette méthode adaptative, telle qu'elle vient d'être présentée est que le rayon de la zone de "confiance" est un paramètre ad-hoc fixé au cas par cas par l'utilisateur. Par ailleurs, avec cette première approche de résolution itérative, il n'existe aucune assurance pour que la solution obtenue par le modèle réduit converge vers la solution du problème d'optimisation initial *i.e.* posé pour le modèle précis. Une manière d'améliorer cette méthode consistait à coupler les modèles réduits POD avec une méthode d'optimisation à régions de confiance. Nous avons alors utilisé l'algorithme de TRPOD pour (*Trust Region POD*) récemment proposé par Fahl (2000) à cet effet (chapitre 7). L'intérêt principal de cette méthode, réside dans le fait que le domaine de validité du modèle réduit de dynamique est évalué automatiquement au cours du processus d'optimisation, par comparaison de la valeur de la fonction objectif modèle à celle de la fonction de coût réelle. Par ailleurs, sous certaines conditions généralement vérifiées, nous sommes assurés de la convergence de la solution obtenue par le modèle réduit, vers celle qui aurait été obtenue par le modèle précis (§ 7.2). L'utilisation de cette méthode a effectivement permis d'obtenir les paramètres de contrôle, $A = 4,25$ et $St = 0,738$, optimaux dans la région étudiée (§ 7.4.2). En utilisant ces valeurs des paramètres de contrôle, pour résoudre le système de Navier-Stokes, une réduction relative du coefficient de traînée moyen égale à 30% a été obtenue. Si le temps CPU n'est pas significativement réduit (seulement un facteur 4), l'encombrement mémoire est diminué d'un facteur égal à 1 600 comparé au cas où les équations de Navier-Stokes seraient utilisées (§ 7.4.3). Actuellement, cette méthode semble être la solution la plus prometteuse pour espérer diminuer de manière drastique le coût de calcul nécessaire à la résolution d'un problème de contrôle optimal.

