

TP Statistique

Après les TPs, les corrigés seront sur ma page
http://www.math.u-bordeaux1.fr/~chabanol/TP_agreg.html

1. ILLUSTRATION D'UNE PROBABILITÉ OU D'UNE ESPÉRANCE

On a vu comment illustrer une convergence en loi, une convergence p.s., mais plus modestement on peut se demander comment illustrer un résultat du type

$P(A) = \dots$ ou $E[X] = \dots$. Pour cela on va utiliser des estimateurs de $P(A)$ ou de $E[X]$, en se servant de l'ordinateur pour répéter des expériences.

Pour $P(A)$, on va donc répéter n fois l'expérience (de manière théoriquement indépendante...) et compter le nombre de fois où A se produit (et diviser par n).

Pour $E[X]$, on va simuler un échantillon de la loi de X (donc obtenir plusieurs réalisations indépendantes de X), et calculer la moyenne arithmétique.

La loi forte des grands nombres garantit que ces deux estimateurs convergent p.s. vers la bonne valeur, et en plus on peut facilement vérifier qu'ils sont sans biais.

L'étape suivante consisterait à obtenir un intervalle de confiance asymptotique pour $P(A)$ ou $E[X]$ (à l'aide du théorème central limite) et de regarder si la valeur "théorique" est dedans.

2. MISE EN PRATIQUE SUR LA MARCHÉ DE L'IVROGNE

Un ivrogne se déplace à chaque pas de temps de façon aléatoire d'un pas vers la gauche ou vers la droite; les déplacements successifs sont indépendants les uns des autres, et on suppose $P(Droite) = \frac{1}{2}$. Le bar dont il est sorti à l'instant 0 est à l'abscisse 0 (l'unité pour les abscisses est la longueur d'un pas). La maison de l'ivrogne est à l'abscisse $-a$, et à l'abscisse b il y a la Garonne (a et b sont deux entiers positifs fixés). On s'intéresse à la probabilité P_1 que l'ivrogne finisse sans encombre chez lui (sans être tombé dans la Garonne), ainsi qu'à l'espérance du temps pendant lequel l'ivrogne va marcher (avant d'arriver soit dans son lit, soit dans la Garonne).

On admettra la proposition suivante (qui sera démontrée plus tard dans le cours) :

- $P(A_1) = \frac{b}{b+a}$
- $E[T] = ab$.

Illustrer ces deux résultats...