

# Interro de calcul

## Développements limités

*Ceci est un entraînement.*

**Question 1 :** Soient  $f$  et  $g$  deux fonctions définies sur  $\mathbb{R}$  et  $a \in \mathbb{R}$ . Donner la définition de  $f(x) \underset{x \rightarrow a}{\sim} g(x)$ .

A-t-on  $x^2 + x \underset{x \rightarrow +\infty}{\sim} x^2$  ? et a-t-on  $e^{x^2+x} \underset{x \rightarrow +\infty}{\sim} e^{x^2}$  ?

**Question 2 :** Effectuer le développement limité (DL) en 0, à l'ordre 3, de  $x \mapsto \ln(1-x) \times \cos(x)$ .

**Question 3 :** Effectuer le DL en 0, à l'ordre 6, de  $x \mapsto \frac{1}{1-x^3}$ .

**Question 4 :** Donner un équivalent simple en 0 de  $x \mapsto \frac{\sin^2 x}{\text{Arctan}(2x)}$ . En déduire la limite de cette fonction en 0.

**Question 5 :** Enoncer la formule de Taylor-Young à l'ordre 2 pour une fonction  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  de classe  $C^2$  en un point  $a \in \mathbb{R}$ .

L'appliquer à la fonction  $x \mapsto e^x$  en  $a = 1$ .

**Question 6 :** Donner le DL en 1, à l'ordre 2, de  $x \mapsto \frac{\ln x}{x}$ . On posera  $x = 1 + h$ .

**Question 7 :** Donner le DL en 0, à l'ordre  $n$ , de  $x \mapsto e^x$ . On donnera le résultat avec un symbole  $\Sigma$ .

**Question 8 (Seulement si le reste a été fait) :** Donner le développement limité en 0, à l'ordre 4, de  $x \mapsto \ln(\cos x)$ .