Interro de calcul et cours 8
Matrices

Ceci est un entrainement.

Question 1 : Effectuer le produit matriciel suivant :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Question 2 : Etant donné trois entiers n, p, q dans $\mathbb{N}^*$, on considère les matrices $A = (a_{ij})_{\substack{1 \leqslant i \leqslant n \\ 1 \leqslant j \leqslant p}} \in M_{n,p}(\mathbb{R})$ et $B = (b_{ij})_{\substack{1 \leqslant i \leqslant p \\ 1 \leqslant j \leqslant q}} \in M_{p,q}(\mathbb{R})$.
Donner la taille de la matrice produit $C = AB$, et expliciter les coefficients de C en fonction de ceux de A et B.

Question 3 : Mettre le système

$$\begin{cases} 3x + 3y - 6z = -3 \\ -x - y + 2z = 1 \end{cases}$$

sous forme matricielle. Le résoudre. Décrire l'ensemble des solutions.

Question 4 : Soit une matrice de la forme

$$D = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix}, \quad \text{avec } (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) \in \mathbb{R}^3.$$

Donner D^3. A quelle condition la matrice D est-elle inversible ? Le cas échéant, calculer son inverse.

Question 5 : Soient la matrice $N = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, et $M = I_3 + N$.
Calculer M. Vérifiez que I_3 et N commutent, puis calculer N^n pour un entier $n \in \mathbb{N}$.
En déduire M^n.