

Feuille d'exercices 23

Dénombrement

— **Exercice 1** ●○○ — **Tirages avec remise** Une urne contient 9 boules numérotées de 1 à 9. On tire successivement avec remise 4 boules et on note (en écrivant de gauche à droite) les chiffres notés sur les boules au fur et à mesure qu'ils sortent, cela constituant un nombre.

1. Combien y-a-t-il de résultats possibles ?
2. Combien y-a-t-il de résultats commençant par un 1 ?
3. Combien y-a-t-il de résultats impairs ? Pairs ?
4. Combien y-a-t-il de résultats tels que le premier chiffre est impair, le second quelconque, le troisième multiple de 4 et le dernier pair ?

— **Exercice 2** ●●○ — **Compter les plaques** Les plaques d'immatriculation des voitures en France sont composées de 2 lettres suivies de 3 chiffres suivis de 2 lettres. Par exemple, MA201TH.

1. Combien y-aurait-il de plaques distinctes s'il n'y avait aucune contrainte sur les chiffres et les lettres ?
2. Il y a certaines contraintes : les lettres O, U, I sont interdites, ainsi que les assemblages SS et WW pour la partie gauche, SS pour la partie droite et la série de chiffres 000. Combien d'immatriculations différentes sont possibles ?
3. Combien de plaques ont 7 symboles différents ?

— **Exercice 3** ●●○ — **Stop aux bavardages !** La classe de PTSI2 a 36 étudiants, dans une salle de classe de 50 chaises fixes.

1. Les chaises sont numérotées de 1 à 50. Combien y a-t-il de manières différentes pour les élèves de s'asseoir ?
2. Les chaises sont placées autour d'une grande table ronde, toujours numérotées. Les élèves B. et C. doivent être séparés pour arrêter de bavarder. Combien y a-t-il de manières différentes pour les élèves de s'asseoir ?
3. Reprendre la question précédente lorsque les chaises ne sont plus numérotées (c'est-à-dire que seul l'ordre dans lequel les élèves sont assis autour de la table compte).

— **Exercice 4** ●●○ — **Compter des mots** On appelle mot (n'ayant pas nécessairement un sens) de 4 lettres (parmi 26) une succession ordonnée de 4 lettres (potentiellement avec répétitions).

1. Combien y-a-t-il de mots de 4 lettres ?
2. Combien y-a-t-il de mots de 4 lettres dont les lettres sont deux à deux distinctes ?
3. Combien y-a-t-il de mots de 4 lettres contenant une unique voyelle ?
4. Combien y-a-t-il de mots de 4 lettres contenant une unique voyelle, et dont les trois consonnes sont consécutives ?

— **Exercice 5** ●●○ — **Jouer au loto**

1. Jouer au loto « classique » consiste après une réflexion totalement inutile, à cocher 5 numéros compris entre 1 et 49 et un numéro chance compris entre 1 et 10. Combien y-a-t-il de combinaisons possibles ?
2. Jouer à l'euro millions consiste après une réflexion similaire à la précédente, à cocher 5 numéros compris entre 1 et 50 et deux numéros chance compris entre 1 et 12. Combien y-a-t-il de combinaisons possibles ?

— **Exercice 6** ●○○ — **Mixité** Un chef d'entreprise doit embaucher quatre personnes parmi 16 candidats (9 femmes et 7 hommes).

1. Quel est le nombre de choix possibles ?
2. Quel est le nombre de choix possibles si le chef d'entreprise veut embaucher deux hommes et deux femmes ?
3. Quel est le nombre de choix possibles si le chef d'entreprise veut embaucher au moins un homme et au moins une femme ?

— **Exercice 7** ●●○ — **Anagrammes**

1. Déterminer le nombre d'anagrammes des mots suivants :
 - a. MATH
 - b. RELATIONS
2. On souhaite comprendre ce qui change quand un mot contient des lettres qui se « répètent ».
 - a. Ecrire l'ensemble des anagrammes du mot TORT.
 - b. Déterminer le nombre d'anagrammes du mot PROPOSITION

— **Exercice 8** ●●○ — **Loto foot** Vous remplissez une grille de loto foot (grille de 15 matchs). Vous devez cocher pour chaque match une des trois cases (1 victoire à domicile, N match nul, 2 victoire à l'extérieur).

1. Combien y-a-t-il de résultats possibles ?
2. Combien y-a-t-il de grilles entièrement juste ? Entièrement fausse ?
3. Combien y-a-t-il de grilles avec une unique erreur ?
4. Combien y-a-t-il de grilles avec une unique erreur, à la ligne 4 ?
5. Combien y-a-t-il de grilles avec 4 résultats justes exactement ?
6. Combien y-a-t-il de grilles avec au moins 5 résultats justes ?

— **Exercice 9** ●●○ — **Poker à 5 cartes** Une variante du poker actuel consistait dans un premier temps à se voir distribuer 5 cartes (sans remise!) que l'on appelle communément une main, d'un jeu de 52 cartes.

1. Combien y-a-t-il de mains ?
2. Combien y-a-t-il de mains contenant l'as de carreau ?
3. Combien y-a-t-il de mains contenant un unique as ?
4. Combien y-a-t-il de mains contenant exactement deux as dont celui de carreau ?
5. Combien y-a-t-il de mains contenant exactement deux as ?
6. Combien y-a-t-il de mains contenant exactement un brelan de valet ?
7. Combien y-a-t-il de mains contenant exactement un brelan ?
8. Combien y-a-t-il de mains contenant un carré ?
9. Combien y-a-t-il de mains contenant un full ?
10. Combien y-a-t-il de mains contenant une quinte flush (suite du même signe) ?
11. Combien y-a-t-il de mains contenant exactement une paire ?
12. Combien y-a-t-il de mains contenant exactement une double-paire ?

— **Exercice 10** ●●● — **(Théorique) Compter les sous-ensembles** Soit E un ensemble fini de cardinal $n \in \mathbb{N}^*$.

1. Calculer la somme des cardinaux de toutes la parties de E .
2. Soit $A \subset E$ de cardinal $p \in \mathbb{N}^*$. Déterminer le nombre de parties de E qui contiennent exactement un élément de A .
3. Calculer le cardinal de $F = \{(A, B) \in \mathcal{P}(E)^2\}$.
4. Calculer le cardinal de $G = \{(A, B) \in \mathcal{P}(E)^2, A \subset B\}$.
5. Calculer le cardinal de $H = \{(A, B) \in \mathcal{P}(E)^2, A \cap B = \emptyset\}$.