

Feuille d'exercices 4

Résolution d'équations dans \mathbb{C} .

— Exercice 1 ●○○ — Trouver LES racines carrées

Résoudre dans \mathbb{C} les équations suivantes :

1. $z^2 = -5$ 2. $z^2 = 7 - 24i$ 3. $z^2 = 8e^{i\frac{\pi}{5}}$ 4. $z^2 = 49 + 28\sqrt{2}i$

— Exercice 2 ●○○ — Equations de degré 2

Résoudre dans \mathbb{C} les équations suivantes :

1. $z^2 - 4z + 13 = 0$. 2. $z^2 + (-7 + 3i)z + 22 - 14i = 0$.

— Exercice 3 ●○○ — Equation bicarrée

Résoudre dans \mathbb{C} les équations suivantes :

$$z^2 - z + 1 = 0, \quad \text{puis} \quad z^4 - z^2 + 1 = 0.$$

— Exercice 4 ●○○ —

Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $z^6 + 1 = 0$. Représenter les solutions dans le plan complexe.

— Exercice 5 ●●○ — En passant par les racines 4^e

Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $z^4 + (1 + z)^4 = 0$.

— Exercice 6 ●●○ — En passant par les racines n^{e}

Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $(z + i)^n = (z - i)^n$.

— Exercice 7 ●○○ — Avec des exponentielles

Résoudre dans \mathbb{C} les équations suivantes :

1. $e^z = 2$. 2. $e^z = -2$. 3. $e^z = 8 + 6i$. 4. $e^{2z} = 8 + 6i$.

— Exercice 8 ●●○ — Utilisation de j

On rappelle que $j = e^{2i\frac{\pi}{3}}$ vérifie $j^3 = 1$.

- Calculer j^2 .
- Soient A, B et C trois points du plan d'affixes respectives a, b et c . Montrer que le triangle ABC est équilatéral direct si et seulement si $\frac{c-a}{b-a} = e^{i\frac{\pi}{3}}$.
- En déduire que ABC est équilatéral direct si et seulement si $a + jb + j^2 = 0$.