

Séries de Dirichlet et fonction de Riemann

Encadrant : Philippe Jaming

Philippe.jaming@math.u-bordeaux.fr

Un aspect central de la théorie des fonctions holomorphes est que celles-ci sont développables en série entières. Dans certains cas, d'autres expressions sont possibles et nous nous intéresserons ici à l'une d'entre elle qui est particulièrement intéressante en théorie des nombres :

Une série de Dirichlet est une série de la forme

$$\sum_{n \geq 1} \frac{a_n}{n^s}.$$

Dans un premier temps, nous nous intéresserons aux propriétés génériques de telles fonctions (convergence, convergence absolue, croissance....) Nous nous intéresserons ensuite à la plus célèbre d'entre elle, la fonction ζ de Riemann. L'objectif est alors d'annoncer l'hypothèse de Riemann et de démontrer quelques unes de ses implications en théorie des nombres

Références :

G.H. Hardy et M. Riesz *The general theory of Dirichlet's series* Cambridge university press

E.C. Titchmarsh *The theory of functions* Cambridge university press

E.C. Titchmarsh *The zeta-function of Riemann* Cambridge university press