

Université de Bordeaux

Mention “Mathématiques et Applications”

La mention est organisée autour de 5 parcours

- (1) Cryptologie et Sécurité Informatique (CSI)
- (2) ALgebra, Geometry And Number Theory (Algant)
- (3) Algèbre, Géométrie et Théorie des Nombres (AGTN)
- (4) Agrégation
- (5) Analyse, Équations aux Dérivées Partielles, Probabilités (AEDPP)

Le parcours CSI est commun avec la mention *Informatique*.

Les parcours AGTN et Algant ont des contenus identiques. Le parcours Algant est un parcours international avec une année à l'étranger soit au niveau M1, soit au niveau M2.

Organisation				
M1	CSI	Mathématiques et Applications		
M2	CSI	AEDPP	AGTN/Algant	Agrégation

CONTENTS

1.	Tronc commun de M1 “Mathématiques et Applications”	3
	Modules et Algèbre commutative	4
	Théorie de Galois et représentations	5
	Espaces L^p , distributions et transformée de Fourier	6
	Théorie des probabilités et statistiques	7
	Calcul formel	8
	Géométrie différentielle	9
	Équations aux dérivées partielles 1	10
	Approximation des EDP 1	11
	Didactique	12
	Espaces quadratiques et groupes classiques	13
	Analyse Complexe	14
	Théorie des nombres	15
	Géométrie (projective et courbes elliptiques)	16
	Analyse fonctionnelle et spectrale	18
	Équations aux Dérivées Partielles 2	19
	Chaînes de Markov et Martingales	20
2.	Parcours CSI - M1	21
	Calcul formel	23
	Arithmétique	24
	Programmation	24
	Théorie de la complexité	25
	Analyse, classification, indexation des données	26
	Systèmes d'Exploitation	27
	Théorie de l'information	28
	Sécurité des logiciels	28
	Cryptologie	29
	Administration des Réseaux	29
	Programmation des Architectures Parallèles	30
	Introduction à la vérification	30
	Optimisation Combinatoire	31
	Outils Hilbertiens	32
3.	Parcours CSI - M2	33
4.	Parcours Agrégation - M2	34
5.	Parcours AGTN et Algant - M2	35
	Geometry	36
	Algebraic Geometry	37
	Number Theory	38
6.	Parcours Analyse, EDP, Probabilités - M2	39
	Stochastic calculus, deterministic and stochastic optimisation methods	40
	Analysis tools for PDEs	41
	Harmonic analysis, operator theory and control	42
	Introduction to discrete holomorphic dynamics	43
	Nonlinear analysis methods and applications to fluid mechanics	44
	Reading seminar, Complex analysis and introduction to microlocal analysis	45

1. Tronc commun de M1 “Mathématiques et Applications”

Semestre 7: 5 UE à choisir

Code	Intitulé	ECTS	CM	TD	Session 1	Session 2
	Modules et Algèbre commutative	6	20	30	$0.4CC+0.6DST$	$\max(0.4CC+0.6DST2, DST2)$
	Théorie de Galois et représentations	6	20	30	$0.4CC+0.6DST$	$\max(0.4CC+0.6DST2, DST2)$
	Espaces Lp, distributions et transformée de Fourier	6	24	24	$0.4CC+0.6DST$	$\max(0.4CC+0.6DST2, DST2)$
	Théorie des Probabilités et statistiques	6	20	30	$0.4CC+0.6DST$	$\max(0.4CC+0.6DST2, DST2)$
	Calcul formel [‡]	6	24	24	$\frac{1}{3}CC+\frac{2}{3}DST$	$\max(\frac{1}{3}CC+\frac{2}{3}DST2, DST2)$
	Géométrie différentielle	6	20	30	$0.4CC+0.6DST$	$\max(0.4+0.6DST2, DST2)$
	EDP 1★	6	20	30	$0.4CC+0.6DST$	$\max(0.4+0.6DST2, DST2)$
	Approximation des EDPs 1★	6	20	30	$0.4CC+0.6DST$	$\max(0.4+0.6DST2, DST2)$
	Didactique ^b	6			CC	non

Semestre 8: 2 UE obligatoires

Code	Intitulé	ECTS	CM	TD	Session 1	Session 2
	Projet Professionnel	3	0	0	CC	non
	Anglais	3				

Semestre 8: 4 UE à choisir

Code	Intitulé	ECTS	CM	TD	Session 1	Session 2
	Formes quadratiques et groupes classiques	6	20	30	$0.4CC+0.6DST$	$\max(0.4+0.6DST2, DST2)$
	Analyse complexe	6	20	30	$0.4CC+0.6DST$	$\max(0.4+0.6DST2, DST2)$
	Géométrie	6	20	30	$0.4CC+0.6DST$	$\max(0.4+0.6DST2, DST2)$
	Théorie des nombres	6	20	30	$0.4CC+0.6DST$	$\max(0.4+0.6DST2, DST2)$
	Analyse fonctionnelle et spectrale	6	24	24	$0.4CC+0.6DST$	$\max(0.4+0.6DST2, DST2)$
	Chaînes de Markov et Martingales★	6	20	30	$0.4CC+0.6DST$	$\max(0.4+0.6DST2, DST2)$
	EDP2★	6	20	30	$0.4CC+0.6DST$	$\max(0.4+0.6DST2, DST2)$

UE Bonus sur les 2 semestres: *Interdisciplinary Digital Sciences and Societal Impact 1*.

Unités en **bleu**= socle: tronc commun de l'agrégation

Unités en **brun**= option de l'agrégation

Unités en *italique*= approfondissement

Les unités marquées [‡] sont mutualisées avec CSI, celle marquées ★ sont mutualisées avec la mention MAS et l'unité marquée ^b est mutualisée avec la mention MEEF.

S7

Modules et Algèbre commutative	6ECTS Cours: 20h TD 30h
Session 1: contrôle continu & examen 3h Session 2: contrôle continu & examen 3h	0.4CC+0.6DST1 max(DST2,0.4CC+0.6DST2)
Langue: français	

Contenu du cours

- (1) Rudiments d'algèbre commutative.
 - (a) Rappels: anneaux quotients, théorème de factorisation des morphismes d'anneaux.
 - (b) Anneaux de polynômes à plusieurs variables, polynômes symétriques
 - (c) Anneaux noethériens. Théorème de transfert de la noethérianité.
 - (d) Anneaux factoriels:
 - (i) Définition, propriétés arithmétiques (en particulier PGCD et PPCM, lemmes de Gauss et d'Euclide). Application à la résolution d'équations diophantiennes.
 - (ii) Polynômes irréductibles à coefficients dans un anneau factoriel ou son corps des fractions (contenu et théorème de Gauss). Critères d'irréductibilité d'Eisenstein et par réduction.
 - (iii) Théorème de transfert de la factorialité.
- (2) Théorie des modules.
 - (a) Généralités. Notion de module : modules, sous-modules, quotients, modules simples. Applications linéaires. Modules de type fini, de torsion, libres. Propriété noethérienne.
 - (b) Modules de type fini sur un anneau principal.
 - (i) Équivalence des matrices à coefficients dans un anneau principal ou euclidien. Application au groupe linéaire.
 - (ii) Théorème de la base adaptée et structure des modules de type fini sur un anneau principal. Cas particulier des groupes abéliens de type fini.
 - (iii) Réduction de Frobenius d'une matrice à coefficients dans un corps, forme de Jordan d'une matrice trigonalisable.

Bibliographie succincte

- D. Perrin, *Cours d'algèbre*, Ellipses
- Dummit, Foote, *Abstract Algebra*, Wiley
- Díaz-Toca, Lombardi, Quitté, *Modules sur les anneaux commutatifs*, Calvage et Mounet.

S7

Théorie de Galois et représentations Théorie de Galois et représentations linéaires des groupes finis	6ECTS Cours: 20h TD 30h
Session 1: contrôle continu & examen 3h Session 2: contrôle continu & examen 3h	0.4CC+0.6DST1 max(DST2,0.4CC+0.6DST2)
Langue: français	

Objectif

Ce cours est constitué de deux parties indépendantes. L'une consacrée à la théorie de Galois se concentre sur les propriétés des groupes d'automorphismes des extensions finies de corps. L'autre, consacrée aux représentations linéaires des groupes finis, s'intéresse aux morphismes entre un groupe fini et le groupe linéaire d'un espace vectoriel (de dimension finie).

Contenu du cours

- (1) Théorie de Galois (environ 9 séances)
 - (a) Rappels sur les extensions: extensions finies, théorème de la base télescopique, extensions monogènes.
 - (b) Lemme de Zorn et existence d'une clôture algébrique. Corps de décomposition d'un polynôme.
 - (c) Homomorphismes de corps. Prolongement d'homomorphismes. Extensions normales.
 - (d) Extensions séparables. Théorème de l'élément primitif. (on pourra se limiter au cas de caractéristique 0)
 - (e) Extensions galoisiennes. Groupe de Galois. Exemples.
 - (f) Correspondance de Galois.
 - (g) Extensions de corps finis, extensions cyclotomiques.
 - (h) Extensions cycliques (théorie de Kummer).
 - (i) Groupes résolubles. Résolubilité par radicaux (énoncé du théorème de Galois). (preuves si le temps le permet).
- (2) Représentations linéaires des groupes finis (environ 6 séances)
 - (a) Définitions : représentation linéaire d'un groupe, l'algèbre de groupe $K[G]$, opérations algébriques sur les représentations
 - (b) Représentations irréductibles. Complète réductibilité (Théorème de Maschke)
 - (c) Lemme de Schur et applications
 - (d) Théorie des caractères (essentiellement sur le corps \mathbb{C} des nombres complexes).
 - (e) Décomposition de la représentation régulière et applications.
 - (f) Table des caractères d'un groupe fini.

Bibliographie succincte

- P. Tauvel, *Corps commutatifs et théorie de Galois*, Calvage Mounet
- JP Serre, *Représentations linéaires des groupes finis*, Hermann

S7

Espaces L^p, distributions et transformée de Fourier	6ECTS Cours: 24h
	TD 24h
	Session 1: contrôle continu & examen 3h Session 2: contrôle continu & examen 3h
	0.4CC+0.6DST1 max(DST2,0.4CC+0.6DST2)
Langue: français	

Objectif

Apprendre les principales propriétés des distributions en s'appuyant sur des exemples. Ce cours couvre le programme de l'agrégation sur le sujet et est également utile en M2 pour les parcours Analyse-EDP-Probabilités.

Contenu du cours

- (1) Rappels.
 - (a) Espaces de Banach (définitions, séparabilité, dualité, convergence, convergence faible).
 - (b) Théorie de la mesure (convergence dominée, continuité et dérivabilité des intégrales dépendant d'un paramètre)
- (2) Espaces L^p .
 - (a) Définition, inégalité de Hölder et de Minkovski.
 - (b) Complétude, séparabilité.
 - (c) Dualité.
- (3) Convolution et régularisation.
 - (a) Définition, cas $L^p * L^{p'}$
 - (b) Inégalité de Young
 - (c) Fonctions C^∞ à support compact, Classe de Schwarz, régularisation.
- (4) Transformée de Fourier
 - (a) Transformée de Fourier sur $L^1(\mathbb{R}^d)$, Riemann-Lebesgue, inversion de Fourier.
 - (b) Transformée de Fourier sur $\mathcal{S}(\mathbb{R}^d)$.
 - (c) Transformée de Fourier sur $L^2(\mathbb{R}^d)$.
- (5) Introduction aux distributions
 - (a) Définition et principaux exemples (fonctions localement intégrables, mesures, valeur principale, ...).
 - (b) Ordre, support, différentiation, distributions à support $\{0\}$.
 - (c) Transformée de Fourier d'une distributions tempérée.
 - (d) Convolution (de deux distributions à support compact, d'une distribution avec une fonction C_c^∞), régularisation.
 - (e) Exemples d'applications aux EDPs, solution fondamentale.

S7

Théorie des probabilités et statistiques	6ECTS Cours: 20h TD 30h
Session 1: contrôle continu & examen 3h Session 2: contrôle continu & examen 3h	0.4CC+0.6DST1 max(DST2,0.4CC+0.6DST2)
Langue: français	

Objectif

. Ce cours sert à préparer l'option A "probabilités et statistiques" de l'agrégation de mathématiques.

Contenu du cours

- (1) Simulation de variables aléatoires.
 - (a) Inversion
 - (b) Troncature
 - (c) Acceptation/rejet.
 - (d) Conditionnement.
- (2) Espérance et loi conditionnelle.
 - (a) Espérance.
 - (b) Loi conditionnelle.
- (3) Vecteurs Gaussiens.
 - (a) Introduction.
 - (b) Indépendance.
 - (c) Transformations linéaires.
 - (d) Espérance conditionnelle.
 - (e) Ξ_2 , Student, Fisher.
 - (f) Théorème de Cochran.
- (4) Convergence de variables aléatoires.
 - (a) Convergence presque sûre.
 - (b) Convergence en loi.
 - (c) Loi des grands nombres.
 - (d) Théorème central limite.
- (5) Chaînes de Markov avec un nombre fini d'états.
 - (a) Définition, irréductibilité, aperiodicité.
 - (b) Classification des états. Convergence vers une loi stationnaire.
- (6) Estimations statistiques.
 - (a) Estimation paramétrique.
 - (b) Moments.
 - (c) Maximum de vraisemblance.
 - (d) Information de Fisher.
 - (e) Inégalité de Cramer-Rao.
 - (f) Résultats asymptotiques.
- (7) Intervals de confiance.

S7

Calcul formel	6ECTS Cours: 24h TD 24h
Session 1: contrôle continu & examen 3h Session 2: contrôle continu & examen 3h	$\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST$ $\max(\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST2, DST2)$
Langue: français	

Contenu du cours

- (1) Représentation et manipulation de structures algébriques.
 - (a) Complexité des opérations élémentaires dans \mathbb{Z} et $\mathbb{R}[X]$ (division euclidienne et pgcd), algorithmes naïfs et sous-quadratiques.
 - (b) Applications : représentation de corps de fractions, de quotients, en particulier nombres algébriques et corps finis), de complétions (\mathbb{R} , séries formelles), sommes directes.
- (2) Algorithmes algébriques fondamentaux.
 - (a) Euclide étendu et applications : inverse modulaire, lemme chinois effectif (calcul modulaire), évaluation/interpolation (d'Hermite).
 - (b) Exponentiation binaire.
 - (c) Symbole de Legendre / Jacobi (racines carrées dans $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ et $\mathbb{Z}/p^n\mathbb{Z}$).
 - (d) Tests de non-primauté (Solovay-Strassen, Rabin-Miller).
 - (e) Générateurs d'un groupe cyclique et preuve de primalité.
 - (f) Le crible d'Eratosthène.
 - (g) Factorisation dans \mathbb{Z} et $\mathbb{K}[X]$.
- (3) Systèmes polynomiaux.
 - (a) Systèmes linéaires sur \mathbb{Z} ou $\mathbb{K}[X]$, systèmes de congruences.
 - (b) Idéaux de $\mathbb{K}[x_1, \dots, x_n]$, division euclidienne, bases de Gröbner.

S7

Géométrie différentielle	6ECTS Cours: 20h TD 30h
Session 1: contrôle continu & examen 3h Session 2: contrôle continu & examen 3h	0.4CC+0.6DST1 max(DST2,0.4CC+0.6DST2)
Langue: français	

Objectif

Introduire les objets de base de la géométrie différentielle: variétés, fibrés, champs de vecteurs et formes différentielles. Proposer une initiation à l'analyse sur les variétés au travers de l'étude du laplacien d'une variété riemannienne.

Contenu du cours

- (1) Variétés
 - (a) Cartes, atlas, orientation
 - (b) Exemples classiques, exemples des sous-variétés euclidiennes, sous-variétés de variété, produits, sommes connexes;
 - (c) Applications différentiables, formes locales des immersions et submersions, caractérisations des sous-variétés (plongements, images réciproques)
 - (d) Partitions de l'unité, théorème de Whitney (dans \mathbb{R}^N)
 - (e) Espace tangent, application tangente, applications lisses de rang maximal, structure de variété de TM
- (2) Fibrés et champs de vecteurs
 - (a) Fibré, fibré vectoriel, exemples
 - (b) Variétés quotients, revêtements;
 - (c) Dérivations et crochet, champs de vecteurs, flot d'un champ de vecteurs;
 - (d) Fibrés associés au tangent;
- (3) Formes différentielles & intégration
 - (a) Rappels de L3 d'algèbre tensorielle et sur les formes différentielles sur les ouverts de \mathbb{R}^n , passage aux variétés
 - (b) Dérivée de Lie, Lemme de Poincaré
 - (c) Orientation et forme volume, Intégration, boule chevelue, théorème de Stokes
- (4) Laplacien
 - (a) Métriques riemanniennes, exemples; longueur, distance et volume (cas des sous-variétés associés).
 - (b) Définition du laplacien. Équations de la chaleur, des ondes, de Schrödinger. Exemples euclidiens, hyperboliques et sphériques. Théorème de Green, calcul du spectre des tores et des sphères.
 - (c) Fonctions harmoniques : propriété de la moyenne, principe du maximum, principe de Dirichlet, OU spectre des variétés compactes, quotients de Rayleigh.

Bibliographie succincte

- J. Lafontaine, *Introduction aux variétés différentielles*, EDP SCIENCES
- I. Chavel, *Eigenvalues in Riemannian Geometry*, Academic Press

S7

Équations aux dérivées partielles 1	6ECTS Cours: 20h TD 30h
Session 1: contrôle continu & examen 3h Session 2: contrôle continu & examen 3h	0.4CC+0.6DST1 max(DST2,0.4CC+0.6DST2)
Langue: français	

Contenu du cours

- (1) EDO linéaire, non linéaire, Cauchy-Lipschitz, système, EDO d'ordre 2.
- (2) Méthode des caractéristiques, équation de transport scalaire en 1D pour commencer, puis équation de transport multi-D scalaire et enfin système hyperbolique 1D (sans bord)
- (3) Rappel sur les séries de Fourier et la transformée de Fourier
- (4) Équations classiques et introduction à la classification (chaleur, Schrödinger, ondes, systèmes symétriques hyperboliques multi-D à coefficients constants). Différences de comportements via l'énergie.
- (5) Espaces de Sobolev H^1 et H^2 , dérivée faible. Caractérisation par Fourier. Comparaison avec les espaces classiques (fonctions continues).
- (6) Étude de $-\Delta u + u = f$ sur \mathbb{R}^d via Lax Milgram. Calcul de la fonction de Green du problème par Fourier. Principe du maximum (convolution par un noyau positif).

S7

Approximation des EDP 1	6ECTS Cours: 20h TD 30h
Session 1: contrôle continu & examen 3h Session 2: contrôle continu & examen 3h	0.4CC+0.6DST1 max(DST2,0.4CC+0.6DST2)
Langue: français	

Contenu du cours

- (1) Différences finies et volumes finis: exemples en elliptique.
- (2) Méthodes de discrétisation par différences finies des équations d'évolution : consistance, stabilité, convergence.
- (3) Application à l'équation de la chaleur : étude de la diffusion numérique.
- (4) Application aux équations de transport, transport-diffusion et ondes : étude de la conservation de l'énergie et de la dispersion numérique.
- (5) Introduction aux schémas VTD pour les équations non linéaires.

S7

Didactique	6ECTS Cours: h TD h
Session 1: contrôle continu Session 2: non	
Langue: français	

Objectif

Le contenu de cette unité est issu de l'unité "" de la mention MEEF.

Le nombre de places dans cette unité est limité, l'admission se fait par sélection par les responsables de l'unité. Cette unité est réservée prioritairement aux étudiants souhaitant passer le CAPES de mathématiques.

S8

Espaces quadratiques et groupes classiques	6ECTS Cours: 20h TD 30h
Session 1: contrôle continu & examen 3h Session 2: contrôle continu & examen 3h	0.4CC+0.6DST1 max(DST2,0.4CC+0.6DST2)
Langue: français	

Contenu du cours

- (1) Espaces quadratiques
 - (a) Formes quadratiques, hermitiennes, alternées: polarisation, non dégénérescence, isotropie, bases orthogonales, symplectiques, réduction simultanée sur \mathbb{R} et sur \mathbb{C} .
 - (b) Isométries, adjoint: groupes orthogonal, unitaire, symplectique.
 - (c) Théorèmes de Cartan-Dieudonné et de Witt: lemme de gonflement hyperbolique, énoncé de Cartan-Dieudonné et démonstration de la version faible, théorèmes de simplification et de prolongement (Witt), indice d'isotropie.
 - (d) Classification des espaces quadratiques: cas d'un corps algébriquement clos, du corps \mathbb{R} (inertie de Sylvester), d'un corps fini, application aux coniques.
- (2) Groupes classiques
 - (a) groupes topologiques
 - (b) formes réduites pour les groupes orthogonal, unitaire, symplectique
 - (c) propriétés algébriques: systèmes générateurs, centres, sous-groupes dérivés, simplicité de $\mathrm{PSL}_n(K)$
 - (d) propriétés topologiques sur \mathbb{R} et sur \mathbb{C} : compacité, connexité, décomposition polaire
 - (e) sous-groupes finis de $\mathrm{GL}_2(\mathbb{R})$ et de $\mathrm{GL}_3(\mathbb{R})$: lien avec les polygones et polyèdres réguliers, éventuellement sous-groupes compacts.

Bibliographie succincte

- J.P. Escofier, *Toute l'algèbre de la Licence*, Dunod
- D. Perrin, *Cours d'algèbre*, Ellipses

S8	Analyse Complexe	6ECTS Cours: 20h TD 30h
	Session 1: contrôle continu & examen 3h	0.4CC+0.6DST1
	Session 2: contrôle continu & examen 3h	max(DST2,0.4CC+0.6DST2)
	Langue: français	

Objectif

Apprendre les principales propriétés des fonctions holomorphes d'une variable ainsi que quelques applications. Ce cours couvre le programme de l'agrégation sur le sujet et est également utile en M2 pour les parcours Analyse-EDP-Probabilités et AGTN (théorie analytique des nombres)

Contenu du cours

- (1) Fonctions holomorphes.
 - (a) \mathbb{C} -différentiabilité.
 - (b) Équations de Cauchy-Riemann et lien avec les fonctions harmoniques.
 - (c) Séries entières complexes.
- (2) Formule de Cauchy.
 - (a) Intégrale le long d'une courbe régulière, indice.
 - (b) Intégrale de Cauchy.
- (3) Applications de l'intégrale de Cauchy.
 - (a) Principe du maximum.
 - (b) Théorème de Liouville.
 - (c) Zéros isolés. Singularités effaçables.
 - (d) Théorème de l'application ouverte, théorème de Morera.
 - (e) Argument.
- (4) Suites et intégrales de fonctions holomorphes.
 - (a) Convergence uniforme d'une suite de fonctions holomorphes.
 - (b) Intégration dépendant d'un paramètre holomorphe.
 - (c) Logarithme complexe.
 - (d) Théorème de Riemann.
- (5) Théorie locale.
 - (a) Singularités, séries de Laurent.
 - (b) Résidus.
 - (c) Exemples de calculs d'intégrales et de transformées de Fourier.

Bibliographie succincte

W. Rudin, *Real and complex analysis*. McGraw-Hill Higher Education, 1986.

S8

Théorie des nombres	6ECTS Cours: 20h TD 30h
Session 1: contrôle continu & examen 3h Session 2: contrôle continu & examen 3h	0.4CC+0.6DST1 max(DST2,0.4CC+0.6DST2)
Langue: français	

Contenu du cours

- (1) Éléments entiers sur un anneau
 - (a) Définition, exemples
 - (b) Anneaux intégralement clos
 - (c) Exemple des corps quadratiques
 - (d) Norme, trace, discriminant dans le cas des extensions de corps. Exemple des corps cyclotomiques de degré $p - 1$
- (2) Anneaux de Dedekind
 - (a) Rappels sur la propriété noethérienne; application aux éléments entiers
 - (b) Idéaux fractionnaires; définitions
 - (c) Anneaux de fractions. Localisation
 - (d) Anneaux de Dedekind. Groupe des idéaux fractionnaires
 - (e) Norme d'un idéal; multiplicativité
- (3) Décomposition des idéaux dans une extension
 - (a) Décomposition d'un idéal premier dans une extension
 - (b) Discriminant et ramification. Exemple des corps quadratiques et des corps cyclotomiques de degré $p - 1$
 - (c) Loi de réciprocité quadratique
- (4) Groupe des classes et théorème des unités
 - (a) Réseaux, plongement canonique
 - (b) Énoncé et preuve de la finitude du groupe des classes
 - (c) Énoncé du théorème des unités. Illustration dans le cas des corps quadratiques. Inclure des cas de Fermat (ou d'autres équations diophantiennes).

Si le temps le permet, ouverture analytique (fonction zêta de Riemann, fonctions L de Dirichlet, fonctions zêta de Dedekind, lien avec le comptage des nombres et idéaux premiers).

Bibliographie succincte

- P. Samuel, *Théorie algébrique des nombres*, Méthodes, Hermann.
- D. Marcus, *Number Fields*, Universitext, Springer.
- J.S. Milne, *Algebraic Number Theory*, <https://www.jmilne.org/math/CourseNotes/ant.html>

S8	Géométrie	6ECTS
	(Géométrie projective et courbes elliptiques)	Cours: 20h TD 30h
	Session 1: contrôle continu & examen 3h	0.4CC+0.6DST1
	Session 2: contrôle continu & examen 3h	max(DST2,0.4CC+0.6DST2)
	Langue: français	

Contenu du cours

- (1) Espaces projectifs
 - (a) Définition de $\mathbb{P}(V)$ (et $\mathbb{P}^n(k)$) où V est un k -espace vectoriel sur un corps k quelconque;
 - (b) Coordonnées homogènes et repères projectifs;
 - (c) Cartes affines;
 - (d) Topologie si $k = \mathbb{R}$ ou \mathbb{C} : la topologie quotient est la topologie induite par les cartes. Connexité et compacité;
 - (e) Dualité projective;
 - (f) Sous-espaces projectifs;
 - (g) Droite projective et plan projectif;
 - (h) Exercices : équation de droites et coniques dans $\mathbb{P}^2(k)$, sous-espaces engendrés et intersections, théorème de Desargues, théorème de Pappus. Compréhension de $\mathbb{P}^2(\mathbb{F}_q)$: compter les points, construction du Doble.
- (2) Transformations projectives
 - (a) Groupe projectif linéaire;
 - (b) Changement de repère projectif;
 - (c) Projections sur des sous-espaces projectifs;
 - (d) Exercices : construction de transformations projectives qui vérifient certaines propriétés, classification des quadriques.
- (3) Droite projective et plan projectif sur \mathbb{C}
 - (a) Birapport;
 - (b) Droites et coniques dans le plan et intersections;
 - (c) Courbes algébriques planes. Lissité, droite tangente. Résultant de deux polynômes. Intersection locale de courbes. Théorème de Bézout dans le cas d'une droite avec une courbe quelconque. Énoncé du cas général. Idée de la preuve. Définition de la courbe duale;
 - (d) Exercices : points fixes, division harmonique, involutions, utilisation du résultant pour montrer Bézout faible, "automorphismes" de la courbe de Klein induits par des transformations projectives sur $\mathbb{P}^2(\mathbb{C})$.
- (4) Fonctions et courbes elliptiques
 - (a) Fonctions holomorphes sur un ouvert de \mathbb{C} à valeurs dans \mathbb{C} , $\mathbb{P}^1(\mathbb{C})$ (et $\mathbb{P}^n(\mathbb{C})$). Lien avec les fonctions méromorphes;
 - (b) Réseaux Λ de \mathbb{C} . Topologie quotient sur \mathbb{C}/Λ . Point de vue : les fonctions sur \mathbb{C}/Λ sont les fonctions sur \mathbb{C} et Λ -périodiques : fonctions elliptiques; Résultats sur les fonctions elliptiques. Sur un domaine fondamental : la somme des résidus est nulle, le nombre de zéros est égal au nombre de pôles (comptés avec multiplicité) etc;
 - (c) Fonctions \wp , \wp' de Weierstrass. L'application $z \mapsto [1 : \wp(z) : \wp'(z)]$ définit un plongement de \mathbb{C}/Λ dans $\mathbb{P}^2(\mathbb{C})$ (y compris en 0). Équation de l'image $y^2 = 4x^3 - g_2x - g_3$ (lisse). Discriminant ;
 - (d) Construction géométrique de la loi de groupe de \mathbb{C}/Λ via le plongement dans $\mathbb{P}^2(\mathbb{C})$;
 - (e) Isomorphisme de courbes elliptiques, invariant j , surjectivité de $j : \mathbb{H} \rightarrow \mathbb{C}$ (fonction $\text{PSL}(2, \mathbb{Z})$ -invariante);
 - (f) Exercices : endomorphismes des courbes elliptiques, isogénies.

Bibliographie succinte

- P. Samuel, *Géométrie projective*, PUF
- S. Lang, *Elliptic functions* (chapitre 1), Graduate Text in Math

S8

Analyse fonctionnelle et spectrale	6ECTS Cours: 20h TD 30h
Session 1: contrôle continu & examen 3h Session 2: contrôle continu & examen 3h	0.4CC+0.6DST1 max(DST2,0.4CC+0.6DST2)
Langue: français	

Objectif**Contenu du cours**

- (1) Analyse fonctionnelle.
 - (a) Généralités sur les Banach, opérateurs, norme et dualité.
 - (b) Théorème de Baire, de Banach-Steinhaus, de l'application ouverte.
 - (c) Espace $\mathcal{C}(K)$, théorèmes d'Ascoli et de Stone-Weierstrass.
- (2) Théorie spectrale
 - (a) Généralités: spectre, résolvantes,...
 - (b) Opérateurs compacts.
 - (c) Décomposition des opérateurs auto-adjoints compacts.

S8

Équations aux Dérivées Partielles 2	6ECTS Cours: 20h TD 30h
Session 1: contrôle continu & examen 3h Session 2: contrôle continu & examen 3h	0.4CC+0.6DST1 max(DST2,0.4CC+0.6DST2)
Langue: français	

Objectif

Cette unité est destinée à compléter la culture générale en mathématique appliquées et est utile en M2 pour le parcours "Analyse, EDP, Probabilités".

Contenu du cours

À définir

Bibliographie succincte

S8

Chaînes de Markov et Martingales	6ECTS Cours: 20h TD 30h
Session 1: contrôle continu Session 2: non	CC
Langue: français	

Objectif

Cette unité est destinée à compléter la culture générale en mathématique appliquées (probabilités) et est utile en M2 pour le parcours “Analyse, EDP, Probabilités”.

Les enseignements sont issus de deux unités de la mention MAS: *Martingales et algorithmes stochastiques* et *Martingales*.

Contenu du cours

- (1) Martingales: L’objectif de ce cours est d’introduire la notion de martingale et de présenter les résultats fondamentaux de comportement en temps grand, qui généralisent la loi forte des grands nombres et le théorème central limite pour les sommes de variables aléatoires indépendantes. Ces résultats sont ensuite utilisés dans des domaines variés incluant la dynamique des populations, les marches aléatoires,...
- (2) Chaînes de Markov: L’objectif de ce cours est d’introduire une classe importante de processus aléatoires à temps discret : les chaînes Markov. On étudiera les principales propriétés de ces processus ainsi que de nombreux exemples.

Bibliographie succincte

2. Parcours CSI - M1

Semestre 7: UE facultatives

Code	Intitulé	ECTS	CM	TD	Session 1	Session 2
	Mise à niveau en informatique	0	0	8	non	
	Mise à niveau en mathématiques	0	0	8	non	

Semestre 7: 4 UE obligatoires

Code	Intitulé	ECTS	CM	TD	Session 1	Session 2
4TMA801U	Calcul formel	6	24	24	$\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST$	$\max(\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST2, DST2)$
4TCY703U	Arithmétique	6	24	24	$\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST$	$\max(\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST2, DST2)$
4TIN707U	Programmation	6	24	24	$\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST$	$\max(\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST2, DST2)$
4TCY701U	Théorie de la complexité	6	24	24	$\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST$	$\max(\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST2, DST2)$

Semestre 7: 1 UE à choisir

Code	Intitulé	ECTS	CM	TD	Session 1	Session 2
4TIN703U	Analyse, classification, indexation des données	6	24	24	$\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST$	$\max(\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST2, DST2)$
4TIN705U	Systèmes d'exploitation	6	24	24	$\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST$	$\max(\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST2, DST2)$

Semestre 8: 5 UE obligatoires

Code	Intitulé	ECTS	CM	TD	Session 1	Session 2
4TCY702U	Théorie de l'information	6	24	24	$\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST$	$\max(\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST2, DST2)$
4TCY801U	Sécurité des logiciels	6	24	24	$\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST$	$\max(\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST2, DST2)$
4TCY802U	Cryptologie	6	24	24	$\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST$	$\max(\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST2, DST2)$
	Anglais	3				
	TER	3			CC	non

Semestre 8: 1 UE à choisir

Code	Intitulé	ECTS	CM	TD	Session 1	Session 2
4TIN808U	Administration des Réseaux	6	24	24	$\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST$	$\max(\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST2, DST2)$
4TIN804U	Programmation des Architectures Parallèles	6	24	24	$\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST$	$\max(\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST2, DST2)$
	Outils Hilbertiens	6	24	24	$\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST$	$\max(\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST2, DST2)$
4TIN803U	Introduction à la vérification	6	24	24	$\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST$	$\max(\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST2, DST2)$
4TIN809U	Optimisation Combinatoire	6	24	24	$\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST$	$\max(\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST2, DST2)$

Semestre 8: 1 UE facultative

Code	Intitulé	ECTS	CM	TD	Session 1	Session 2
	Stage	3				

S7

Calcul formel	6ECTS Cours: 24h TD 24h
Session 1: contrôle continu & examen 3h Session 2: contrôle continu & examen 3h	$\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST$ $\max(\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST2, DST2)$
Langue: français	

Contenu du cours

- (1) Représentation et manipulation de structures algébriques.
 - (a) Complexité des opérations élémentaires dans \mathbb{Z} et $\mathbb{R}[X]$ (division euclidienne et pgcd), algorithmes naïfs et sous-quadratiques.
 - (b) Applications : représentation de corps de fractions, de quotients, en particulier nombres algébriques et corps finis), de complétions (\mathbb{R} , séries formelles), sommes directes.
- (2) Algorithmes algébriques fondamentaux.
 - (a) Euclide étendu et applications : inverse modulaire, lemme chinois effectif (calcul modulaire), évaluation/interpolation (d'Hermite).
 - (b) Exponentiation binaire.
 - (c) Symbole de Legendre / Jacobi (racines carrées dans $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ et $\mathbb{Z}/p^n\mathbb{Z}$).
 - (d) Tests de non-primalité (Solovay-Strassen, Rabin-Miller).
 - (e) Générateurs d'un groupe cyclique et preuve de primalité.
 - (f) Le crible d'Eratosthène.
 - (g) Factorisation dans \mathbb{Z} et $\mathbb{K}[X]$.
- (3) Systèmes polynomiaux.
 - (a) Systèmes linéaires sur \mathbb{Z} ou $\mathbb{K}[X]$, systèmes de congruences.
 - (b) Idéaux de $\mathbb{K}[x_1, \dots, x_n]$, division euclidienne, bases de Gröbner.

S7	Arithmétique	6ECTS Cours: 24h TD 24h
	Session 1: contrôle continu & examen 3h	$\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST$
	Session 2: contrôle continu & examen 3h	$\max(\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST2, DST2)$
	Langue: français	

Objectif

Donner la maîtrise des structures algébriques finies, notamment les corps finis, sur lesquelles se fonde une partie importante de la cryptographie moderne.

S7	Programmation	6ECTS Cours: 24h TD 24h
	Session 1: contrôle continu & examen 3h	$\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST$
	Session 2: contrôle continu & examen 3h	$\max(\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST2, DST2)$
	Langue: français	

Objectif

Acquérir les bases de la programmation en C et en Java.

S7

Théorie de la complexité	6ECTS Cours: 24h TD 24h
Session 1: contrôle continu & examen 3h Session 2: contrôle continu & examen 3h	$\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST$ $\max(\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST2, DST2)$
Langue: français	

Objectif

Un cours renforcé sur la théorie de la complexité ainsi que les bases de la calculabilité. Il introduit la classe NP et les problèmes NP -complets, la classe IP et les preuves interactives, le théorème de Shamir $IP = PSPACE$, les fonctions à sens unique et les générateurs pseudo-aléatoires. Enfin, il aborde les problématiques classiques de décidabilité et d'indécidabilité en abordant au moins le Théorème de Rice et l'argument diagonal sur une machine de Turing.

S7

Analyse, classification, indexation des données	6ECTS Cours: 24h TD 24h
Session 1: contrôle continu & examen 3h Session 2: contrôle continu & examen 3h	$\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST$ $\max(\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST2, DST2)$
Langue: français	

Objectif

Les évolutions technologiques permettent maintenant de produire des données en masse, de les stocker et de les traiter dans des temps raisonnables. L'analyse, la classification et l'indexation des données tiennent une position de plus en plus centrale dans des domaines variés de l'informatique (recherche de contenus, analyse de comportements d'utilisateurs, etc).

L'objectif de cet enseignement est de présenter les bases théoriques et les méthodes pratiques liées à la classification (supervisée, non supervisée, interactive) des données.

Contenu du cours

- (1) Rappels mathématiques orientés outils (notions d'algèbre linéaire, probabilités, descente de gradient, lagrangien)
- (2) Réduction en dimension (analyse en composantes principales, en composantes discriminantes)
- (3) Classification supervisée (annotation et mesure de qualité d'une classification, approches bayésiennes, champs de Markov, principe d'entraînement et de tests, approche linéaire discriminante, K plus proches voisins, classification multi-classe)
- (4) Classification non supervisée (mesure de qualité d'un clustering, algorithmes de clustering)
- (5) Classification interactive (visualisation d'information, fouille de données interactive, sélection interactive et adaptation des mesures de similarité)

À l'issue de cet enseignement, les étudiants

- (1) connaîtront les principes généraux de la classification supervisée et non supervisée, ainsi que les techniques les plus usuelles
- (2) sauront définir et mettre en place une chaîne complète dédiée à la classification supervisée ou non supervisée
- (3) seront capables d'implémenter les méthodes usuelles de classification supervisée ou non supervisée et connaîtront leur complexité et les cas de convergence.

S7

Systèmes d'Exploitation	6ECTS Cours: 24h TD 24h
Session 1: contrôle continu & examen 3h Session 2: contrôle continu & examen 3h	$\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST$ $\max(\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST2, DST2)$
Langue: français	

Objectif

Comprendre le fonctionnement des systèmes d'exploitation contemporains, en liaison avec l'évolution des architectures des ordinateurs d'une part et les contraintes des applications d'autre part.

Contenu du cours

- (1) Fonctionnement général d'un système d'exploitation, modes noyau/utilisateur, interruptions/
- (2) Processus, processus légers, espaces d'adressage, commutation/
- (3) Ordonnancement sur machines mono- et multi-processeur.
- (4) Synchronisation, sémaphores, variables de conditions, exclusion mutuelle.
- (5) Adresses virtuelles et physiques, traduction d'adresses, pagination, pagination à la demande, mémoire virtuelle.
- (6) Systèmes de fichiers, entrée/sortie, pilotes de périphériques.
- (7) Structure des systèmes d'exploitation, machines virtuelles.

S8	Théorie de l'information	6ECTS Cours: 24h TD 24h
	Session 1: contrôle continu & examen 3h	$\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST$
	Session 2: contrôle continu & examen 3h	$\max(\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST2, DST2)$
	Langue: français	

Objectif

Donner les notions de théorie de l'information, entropie, capacité, et leurs applications au codage de source et au codage de canal. Initiation à la théorie des codes.

S8	Sécurité des logiciels	6ECTS Cours: 24h TD 24h
	Session 1: contrôle continu & examen 3h	$\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST$
	Session 2: contrôle continu & examen 3h	$\max(\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST2, DST2)$
	Langue: français	

Objectif

Les bases des techniques d'attaques et de défenses en sécurité logicielle.

S8	Cryptologie	6ECTS Cours: 24h TD 24h
	Session 1: contrôle continu & examen 3h	$\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST$
	Session 2: contrôle continu & examen 3h	$\max(\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST2, DST2)$
	Langue: français	

Objectif

Acquérir les fondements de la cryptologie moderne, cryptologie symétrique, asymétrique, techniques de chiffrement et d'authentification, sécurité inconditionnelle et calculatoire.

S8	Administration des Réseaux	6ECTS Cours: 24h TD 24h
	Session 1: contrôle continu & examen 3h	$\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST$
	Session 2: contrôle continu & examen 3h	$\max(\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST2, DST2)$
	Langue: français	

Contenu du cours

- (1) Rappel TCP/IP.
- (2) Approfondissement routage.
- (3) NAT & Firewall.
- (4) Gestion des utilisateurs : LDAP & NIS.
- (5) Partage de données dans un réseau : NFS & CIFS.
- (6) Résolution de noms : DNS (principes et configuration).
- (7) Configuration automatique(DHCP).
- (8) Configuration de serveurs/clients SMTP.

S8	Programmation des Architectures Parallèles	6ECTS Cours: 24h TD 24h
	Session 1: contrôle continu & examen 3h Session 2: contrôle continu & examen 3h	$\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST$ $\max(\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST2, DST2)$
	Langue: français	

Objectif

Initier à la programmation et à l'algorithmique parallèles.

Apprendre à programmer efficacement les ordinateurs dotés de processeurs et de cartes graphiques multicœurs.

S8	Introduction à la vérification	6ECTS Cours: 24h TD 24h
	Session 1: contrôle continu & examen 3h Session 2: contrôle continu & examen 3h	$\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST$ $\max(\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST2, DST2)$
	Langue: français	

Objectif

Le cours introduit des techniques de vérification automatique de systèmes : model-checking pour les systèmes finis (systèmes de transitions, logiques temporelles, vérification) et (in-)décidabilité pour les systèmes infinis (automates communicants, automates temporisés, réseaux de Petri,...).

S8

Optimisation Combinatoire	6ECTS Cours: 24h TD 24h
Session 1: contrôle continu & examen 3h Session 2: contrôle continu & examen 3h	$\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST$ $\max(\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST2, DST2)$
Langue: français	

Objectif

Parmi les problèmes que l'on souhaite pouvoir résoudre avec l'aide d'un ordinateur, on trouve de nombreux problèmes d'optimisation combinatoire. Par exemple, on pourra chercher à optimiser des transports, des emplois du temps, des répartitions de ressources... Pour résoudre ces problèmes, souvent difficiles, de nombreuses techniques ont été inventées et des outils logiciels développés.

Cet enseignement vise à initier les étudiants aux méthodes d'optimisation combinatoire et à leur utilisation. Ceci inclut les notions de programmation linéaire (éventuellement en nombre entiers) et les outils attachés, tels que l'algorithme du simplexe, la notion de dualité, la relaxation linéaire. Ceci inclut aussi la découverte des méthodes de descente, et la résolution de problème d'optimisation combinatoire (notamment dans les graphes) par des algorithmes avancés.

S8

Outils Hilbertiens	6ECTS Cours: 24h TD 24h
Session 1: contrôle continu & examen 3h Session 2: contrôle continu & examen 3h	$\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST$ $\max(\frac{1}{3}CC + \frac{2}{3}DST2, DST2)$
Langue: français	

Objectif

Cette UE a pour objectif de présenter l'analyse hilbertienne d'un point de vue théorique et pratique.

Dans un premier temps, les notions de base sur les espaces vectoriel normés et les espaces de Hilbert (orthogonalité, projection) seront énoncées. Ces notions seront dans un second temps appliquées aux séries de Fourier et à la Transformée de Fourier sur $L^1(\mathbb{R})$ et $L^2(\mathbb{R})$.

Dans un troisième temps, les bases d'ondelettes et leurs applications en traitement des images seront développées. Toutes ces notions théoriques seront illustrées par des TD classiques et des TD machines permettant de mettre en oeuvre en particulier l'analyse de Fourier et les transformées en ondelettes.

L'utilisation conjointe de l'analyse hilbertienne et de la théorie de l'information permettra par exemple de comprendre des formats de compression Jpeg ou Jpeg2000.

3. Parcours CSI - M2

Semestre 9: 5 UEs à choisir

Code	Intitulé	ECTS	CM	TD	Session 1	Session 2
4TIN911U	Sécurité des réseaux	6	24	24	0.5CC+0.5DST	non
4TCY904U	Sécurité des systèmes	6	24	24	0.5CC+0.5DST	non
4TCY903U	Cryptologie avancée	6	24	24	0.5CC+0.5DST	non
4TCY902U	Cryptanalyse	6	24	24	0.5CC+0.5DST	non
4TMA902U	Elliptic curves	6	24	24	0.5CC+0.5DST	non
4TMA901U	Arithmetic Algorithms	6	24	24	0.5CC+0.5DST	non
4TCY901U	Carte à puce	6	24	24	0.5CC+0.5DST	non
	Software verification	6	24	24	0.5CC+0.5DST	non

Semestre 10: 2 UEs obligatoires

Code	Intitulé	ECTS	CM	TD	Session 1	Session 2
	Projet	6			CC	non
	Stage	24			CC	non

Semestre 10: 1 UE facultative (rattrapage)

Code	Intitulé	ECTS	CM	TD	Session 1	Session 2
	Anglais	3				

Les contenus des cours sont communiqué lors de la première séance de chaque cours.

4. Parcours Agrégation - M2
Semestre 9: 2 UEs obligatoires

Code	Intitulé	ECTS	CM	TD	Session 1	Session 2
4TRN902U	Techniques d'analyse et de probabilités approfondies 1	12	0	150	CC	non
4TRN903U	Techniques d'algèbre et de géométrie approfondie 1	12	0	150	CC	non

Semestre 9: 1 UE au choix (en fonction de l'option de l'agrégation)

Code	Intitulé	ECTS	CM	TD	Session 1	Session 2
4TRN004U	A Probabilités et statistiques 1	6			CC	non
4TRN005U	C Algèbre et Calcul formel 1	6	0	60	CC	non

Semestre 10: 3 UEs obligatoires

Code	Intitulé	ECTS	CM	TD	Session 1	Session 2
4TRN006U	Techniques d'analyse et de probabilités approfondies 2	4	0	80	CC	non
4TRN007U	Techniques d'algèbre et de géométrie approfondie 2	4	0	80	CC	non
4TRN008U	Stage ou mémoire de recherche	18	0	0	CC	non

Semestre 10: 1 UE à choisir

Code	Intitulé	ECTS	CM	TD	Session 1	Session 2
4TRN009U	A Probabilités et statistiques 1	4	0	40	CC	non
4TRN010U	C Algèbre et Calcul formel 2	4	0	40	CC	non

Les UE obligatoires du premier semestre préparent l'écrit de l'agrégation, celles du second semestre préparent l'oral.

Enfin, les UE à choix préparent à l'oral de modélisation. Les étudiants choisissent l'une des deux options: **A** *Probabilités et Statistiques* ou **C** *Algèbre et calcul formel* et choisissent les unités correspondantes.

L'option **B** *Calcul scientifique* n'est pas préparée à Bordeaux. L'agrégation interne fait l'objet d'une préparation séparée.

5. Parcours AGTN et Algant - M2

Les cours de ces deux parcours sont identiques en M2. Pour plus de renseignements sur le parcours international algant, consultez <http://www.algant.eu>.

Semestre 9: 2 UEs à choisir

Code	Intitulé	ECTS	CM	TD	Session 1	Session 2
4TMA905U	Geometry	9	27	30	$0.4CC+0.6DST$	$\max(0.4CC+0.6DST2, DST2)$
4TMA904U	Algebraic Geometry	9	27	30	$0.4CC+0.6DST$	$\max(0.4CC+0.6DST2, DST2)$
4TMA903U	Number Theory	9	27	30	$0.4CC+0.6DST$	$\max(0.4CC+0.6DST2, DST2)$

Semestre 9: 2 UEs à choisir

Code	Intitulé	ECTS	CM	TD	Session 1	Session 2
	Introduction to homological algebra	6	33	0	$0.4CC+0.6DST$	$\max(0.4CC+0.6DST2, DST2)$
4TMA902U	Elliptic curves	6	24	24	$0.5CC+0.5DST$	non
4TMA901U	Arithmetic Algorithms	6	24	24	$0.5CC+0.5DST$	non
	Harmonic analysis, operator theory and control	6	40 CI		$0.4CC+0.6DST$	$\max(0.4CC+0.6DST2, DST2)$
	Introduction to discrete holomorphic dynamics	6	40 CI		$0.4CC+0.6DST$	$\max(0.4CC+0.6DST2, DST2)$
	Anglais	6			CC	non
	Projet	6			CC	non

Semestre 10: 1 UEs à choisir

Code	Intitulé	ECTS	CM	TD	Session 1	Session 2
	Théorie de Teichmüller et dynamique des surfaces plates	6	33	0	$0.4CC+0.6DST$	$\max(0.4CC+0.6DST2, DST2)$
	Reduction of algebraic curves	6	33	0	$0.4CC+0.6DST$	$\max(0.4CC+0.6DST2, DST2)$

S9

Geometry	9ECTS Cours: 27h TD 30
Session 1: contrôle continu & examen 3h Session 2: contrôle continu & examen 3h	0.4CC+0.6DST max(0.4CC+0.6DST2, DST2)
Langue: English	

Objectif

Ce cours a pour objectif d'apporter les connaissances et outils de base de géométrie nécessaires pour suivre dans de bonnes conditions les cours avancés proposés la même année. Le programme du cours est affiné chaque année, en fonction de celui des cours avancés.

Contenu du cours

- (1) Fundamental group, coverings
- (2) Manifolds, fiber bundles
- (3) Introduction to (real) Lie groups
- (4) Homogeneous spaces, (G, X) -structures
- (5) Nilpotent and solvable Lie groups, theorems of Lie and Engel
- (6) Discrete nilpotent subgroups (theorems of Malcev and Zassenhaus)

Bibliographie succincte

- C. Godbillon, Elements de topologie algebrique, Hermann, 1971. (Collection Methodes).
- A. Hatcher, Algebraic topology, Cambridge University Press, Cambridge, 2002
- J. Lafontaine, An introduction to differential manifolds, Based on the 2010 French second edition, Springer, Cham, 2015.
- D. Husemoller, Fiber bundles, McGraw-Hill, 1966. (Series in higher mathematics).
- F. Warner, Foundation of differentiable manifolds and Lie groups, Graduate Texts in Math. 94, Springer-Verlag, New York-Berlin 1983
- N. Steenrod, The topology of fibre bundles. Reprint of the 1957 edition. Princeton Landmarks in Mathematics. Princeton Paperbacks. Princeton University Press, Princeton, NJ, 1999.
- M. Raghunathan, Discrete subgroups of Lie groups, Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, Band 68. Springer-Verlag, New York-Heidelberg, 1972

S9

Algebraic Geometry	9ECTS Cours: 27h TD 30
Session 1: contrôle continu & examen 3h	$0.4CC+0.6DST$
Session 2: contrôle continu & examen 3h	$\max(0.4CC+0.6DST2, DST2)$
Langue: English	

Objectif

Ce cours a pour objectif d'apporter les connaissances et outils de base de géométrie algébrique nécessaires pour suivre dans de bonnes conditions les cours avancés proposés la même année. Le programme du cours est défini chaque année, en fonction de celui des cours avancés.

Contenu du cours

- (1) Sheaves
- (2) Affine schemes, schemes, morphisms of schemes
- (3) Projective schemes
- (4) Topological properties (irreducible components, connected components, dimension)
- (5) Algebraic properties (reduced schemes, integral schemes, noetherian schemes)
- (6) Some classes of morphisms (morphisms of finite type, proper morphisms, projective morphisms)
- (7) Fiber products and base change
- (8) Cohomology of coherent sheaves (if time permits)

Bibliographie succinte

- Q. Liu: Algebraic Geometry and Arithmetic curves, Oxford GTM 6, Oxford Univ. Press, 2006.
- R. Hartshorne: Algebraic geometry, Graduate Texts in Math., 52, Springer-Verlag, 1977.

S9

Number Theory	9ECTS Cours: 27h TD 30
Session 1: contrôle continu & examen 3h Session 2: contrôle continu & examen 3h	0.4CC+0.6DST max(0.4CC+0.6DST2,DST2)
Langue: English	

Objectif

Ce cours a pour objectif d'apporter les connaissances et outils de base de théorie des nombres nécessaires pour suivre dans de bonnes conditions les cours avancés proposés la même année. Le programme du cours est défini chaque année, en fonction de celui des cours avancés.

Contenu du cours

- (1) Part 1
 - (a) Dedekind rings
 - (b) Valuations
 - (c) Local fields
 - (d) Number fields
 - (e) A survey of class field theory
- (2) Part 2: one or more of
 - (a) the Dedekind zeta function
 - (b) Local fields: ramification groups, Herbrand function
 - (c) L -functions
 - (d) Diophantine equations

Bibliographie succincte

- P. Samuel: Théorie algébrique des nombres, Hermann, Paris, 1967
- J. Neukirch: Algebraic number theory, GMW 322, Springer, 1999
- Z. Borevich, I. Shafarevich: Number theory, Academic Press 1966
- J.W.S. Cassels, A. Fröhlich (eds): Algebraic number theory, Academic Press 1967
- J.-P. Serre: Corps locaux, Hermann Paris 199

6. Parcours Analyse, EDP, Probabilités - M2

Semestre 9: 2 UEs à choisir

Code	Intitulé	ECTS	CI	Session 1	Session 2
	Stochastic calculus, deterministic and stochastic optimisation methods	6	40	$0.4CC+0.6DST$	$\max(0.4CC+0.6DST2, DST2)$
	Analysis tools for PDEs	6	40	$0.4CC+0.6DST$	$\max(0.4CC+0.6DST2, DST2)$
	Harmonic analysis, operator theory and control	6	40	$0.4CC+0.6DST$	$\max(0.4CC+0.6DST2, DST2)$
	Introduction to discrete holomorphic dynamics	6	40	$0.4CC+0.6DST$	$\max(0.4CC+0.6DST2, DST2)$
	Nonlinear analysis methods and applications to fluid mechanics	6	40	$0.4CC+0.6DST$	$\max(0.4CC+0.6DST2, DST2)$

Semestre 10: 2 UEs

Code	Intitulé	ECTS	CM	TD	Session 1	Session 2
	Reading seminar on complex analysis	6	16	1	CC	non
	Reading seminar on microlocal analysis		16	1		
	Mémoire ou stage	24			CC	non

S9	Stochastic calculus, deterministic and stochastic optimisation methods	6ECTS Cours-TD: 40h
	Session 1: contrôle continu & examen 3h Session 2: contrôle continu & examen 3h	$0.4CC+0.6DST$ $\max(0.4CC+0.6DST2, DST2)$
	Langue: English	

Lecturers: M. Arnaudon, B. Bercu & J.-F. Aujol

Objectif

The goal of this course is to provide modern tools used to deal with stochastic models for PDE's and Big Data problems. The course is divided into two parts:

(1) **Stochastic calculus (M. Arnaudon)**

The objective of this course is to study a certain class of continuous-time random processes. It starts with a detailed study of Brownian motion which is the basic tool of stochastic calculus. Then, the notion of stochastic integral is introduced. One of the goals of this course is to study the notion of stochastic differential equation which is used in many applications.

(2) **Deterministic and stochastic optimization methods (B. Bercu & J.-F. Aujol)**

In this course, we will be interested both in deterministic and in stochastic optimization methods, with the aim of being able to deal efficiently with big data problems. As a matter of fact, large dimension (i.e. big data) means that the Hessian is without of reach. So the question is how to perform efficient optimization with only first order information (i.e. gradient information), or with approximate computation of the Hessian matrix. Depending on the dimension of the data we will see why and when to use stochastic optimization instead of deterministic optimization.

S9

Analysis tools for PDEs	6ECTS Cours-TD: 40h
Session 1: contrôle continu & examen 3h	0.4CC+0.6DST
Session 2: contrôle continu & examen 3h	$\max(0.4CC+0.6DST2, DST2)$
Langue: English	

Lecturers: V. Bruneau & F. Sueur

Objectif

The aim of this course is to provide basic tools for the study of partial differential equations. The course is divided in two parts. The first part will focus on linear partial differential operators with emphasis on spectral theory. The second part will be devoted to the study of non-linear PDE's.

- (1) Introduction and recalls on Fourier transform, Sobolev spaces, bounded operators, compact operators, Krein Rutman Theorem.
- (2) Linear PDE's:
 - (a) Unbounded operators: domains, closed and closable operators, adjoints, self-adjoint operators, Friedrich's extension.
 - (b) Spectrum of unbounded operators : resolvent, spectrum, essential spectrum, Weyl theorem's, maxi-min principle, operators with compact resolvent.
 - (c) Accretive operators : recalls on Hille-Yosida theorem, semigroups and application to PDE's, maximum principle.
- (3) Non-linear PDE's:
 - (a) The inviscid and viscous Burgers equation (blow-up, shocks, travelling waves).
 - (b) The incompressible Euler equations (weak and strong solutions. The incompressible Navier-Stokes and the Keller-Segel equations.
 - (c) The nonlinear Schrödinger equation (Strichartz estimates).
 - (d) Nonlinear elliptic estimates.

Various methods such as compactness and fixed point method will be used.

S9	Harmonic analysis, operator theory and control	6ECTS Cours-TD: 40h
	Session 1: contrôle continu & examen 3h Session 2: contrôle continu & examen 3h	0.4CC+0.6DST max(0.4CC+0.6DST2,DST2)
	Langue: English	

Lecturers: P. Jaming & M. Tucsnak

Aim

The aim of this course is to provide analysis tools for the study of PDEs.

– First we introduce the main harmonic analysis tools to study the class of singular integral operators.

– In the second part, we aim at introducing tools from operator theory usefull in control theory.

Outline

- (1) Harmonic analysis (Ph. Jaming)
 - (a) L^p and weak- L^p spaces, interpolation.
 - (b) Some Fourier analysis, Sobolev spaces, Paley-Wiener spaces.
 - (c) Hardy-Littlewood maximal function: covering lemma, boundedness of the maximal function, application to Lebesgue's differentiation theorem. Harmonic functions on the half-space, Poisson kernel and boundary behavior.
 - (d) Hilbert and Riesz transforms.
 - (e) Singular integrals, Calderón-Zugmund decomposition.
 - (f) BMO .
 - (g) Littlewood-Paley and Hörmander's multiplier theorem.
- (2) Complements of theory of operators and semi-groups (M; Tucsnak)
 - (a) Extrapolation and very weak solutions of linear evolution equations. Applications to wave and heat equations with inhomogeneous edge conditions.
 - (b) Holomorphic semigroups: equivalent definitions, generator characterization, resolvent estimates, fractional powers, maximal regularity, perturbations.
 - (c) Control and observation operators: admissibility in an abstract framework, applications to systems described by linear PDEs.
 - (d) Some concepts of controllability and observability in infinite dimension.

References

- J. Duoandikoetxea, *Fourier Analysis*. Graduate Studies in Mathematics **29**, American Mathematical Society, 2001.
- L. Grafakos, *Classical Fourier analysis*. Graduate Texts in Mathematics, **249**. Springer, New York, 2014.
- L. Grafakos, *Modern Fourier analysis*. Graduate Texts in Mathematics, **250**, Springer, New York, 2014
- E. M. Stein, *Harmonic analysis: real-variable methods, orthogonality, and oscillatory integrals*. Princeton Mathematical Series, **43**, Princeton University Press, Princeton, NJ, 1993.

S9

Introduction to discrete holomorphic dynamics	6ECTS Cours-TD: 40h
Session 1: contrôle continu & examen 3h Session 2: contrôle continu & examen 3h	0.4CC+0.6DST max(0.4CC+0.6DST2,DST2)
Langue: English	

Lecturer: J. Raissy

Aim

In this course we will give an introduction to some aspects of holomorphic dynamical systems with emphasis on the "discrete side". The focus of the course will be on the dichotomy between local and global dynamical phenomena related to the iteration of holomorphic endomorphisms in complex dimension 1, and on the relations between the local and the global aspect. If time allows, we will also deal with the higher dimensional case. Several research problems will be discussed during the course.

Outline

- (1) Iteration in the complex plane and the Riemann sphere.
 - (a) Fatou and Julia sets.
 - (b) The polynomial case.
 - (c) Invariance.
 - (d) Conjugaison.
 - (e) Periodic and critical points.
 - (f) Description of Julia sets.
 - (g) Description Fatou sets.
- (2) Local dynamics.
 - (a) Linear case.
 - (b) Conjugaisons locales.
 - (c) Fixed points geometrically attracting and repulsing.
 - (d) Böttcher's Theorem and polynomial dynamics.
 - (e) Parabolic fixed points: Théorème de la Fleur de Leau-Fatou.
 - (f) Elliptic fixed points: stability and linearability, Cremer points and Siegel discs.
- (3) Higher dimension.

References

Dynamics in one complex variable. Third edition. John Milnor, Annals of Mathematics Studies, 160. Princeton University Press, Princeton, NJ, 2006. viii+304 pp.

Dynamics in One Complex Variable by Xavier Buff and John H. Hubbard (in preparation)

S9

Nonlinear analysis methods and applications to fluid mechanics	6ECTS Cours-TD: 40h
Session 1: contrôle continu & examen 3h	0.4CC+0.6DST
Session 2: contrôle continu & examen 3h	max(0.4CC+0.6DST2, DST2)
Langue: English	

Lecturer: M. Paicu**Outline**

- (1) Fourier analysis methods and applications: Littlewood-Paley decomposition, para-products and para-linearization, functional spaces.
- (2) Incompressible fluids: Anisotropic Navier-Stokes system, Global Regularity for the Navier-Stokes system for some class of large solutions, Hydrostatic approximation of the Navier-Stokes system in a the strip, Global solutions for the Prandtl equation with small analytic data. Hyperbolic Navier-Stokes system. Density dependent Navier-Stokes system.
- (3) Compressible fluids: Dispersifs effects for the compressible Euler system, Rough solutions for the compressible Navier-Stokes system and the compressible Navier-Stokes system with capillarity.

S10

Reading seminar, Complex analysis and introduction to microlocal analysis	6ECTS Cours-TD:
Session 1: contrôle continu Session 2: non	
Langue: English	

Lecturers: L. Michel & P. Thieullen**Outline****(1) Complex analysis complement (P. Thieullen)**

- (a) Normal family, Montel's theorem,
- (b) Meromorphic functions,
- (c) Uniformization theorem,
- (d) Infinite product,
- (e) Weierstrass factorization theorem and fractional field of holomorphic functions
- (f) Gamma, Zeta functions,
- (g) Runge's theorem,
- (h) Mittag-Leffler's theorem,
- (i) Analytical extension, monodromy, and Riemann surface,
- (j) Harmonic functions (maximum principle, Poisson kernel, Harnack inequality, subharmonic function, Dirichlet theorem, Green's function,
- (k) Integer functions (Poisson-Jensen formula, Hadamard factorization theorem,
- (l) Picard theorem.

Ref : Conway, Functions of One Complex variable I, Graduate Text in Mathematics, Springer 1978.

(2) Introduction to microlocal analysis (L. Michel).

The objective of this reading seminar is to provide an introduction to the theory of pseudo-differential operators. The main points of the lecture are: symbol spaces, pseudodifferential operators, composition theorems, symbolic calculus, Calderon-Vaillancourt theorem, inversion of elliptic operators, Garding theorem.

The lecture will mainly follow chapter 1 of the book by S. Alinhac and P. Gérard (Pseudo-differential operators and Nash-Moser theorem).