

Devoir non surveillé

**Exercice 1 : Gestion des stocks**

Un restaurant sert des pancakes et a donc besoin de sirop d'érable. Il se fournit auprès d'une entreprise qui demande trois semaines de livraison.

Le sirop coûte 4 Euros la bouteille. Les coûts d'une commande sont de 75 Euros et le stockage se calcule sur la base d'un taux d'intérêt annuel de 20 % (une année = 52 semaines).

La demande pour une semaine est supposée suivre une loi normale ( $\mu = 12, \sigma^2 = 16$ ). Les demandes non satisfaites sont comptées avec des pénalités de 25 Euros et prises sur la livraison future (back-ordering).

1. Calculer la quantité à commander et le niveau de commande dans le cadre d'une politique  $(s, Q)$  optimale.
2. Calculer les niveaux de service de type 1 et de type 2 d'une telle politique.
3. Quelle politique  $(s, Q)$  le restaurateur doit-il suivre pour garantir un niveau de service de type 1 de 95 % ?
4. Combien vaut alors la pénalité induite ?
5. Quelle politique  $(s, Q)$  le restaurateur doit-il suivre pour garantir un niveau de service de type 2 de 95 % (avec des lots de taille EOQ) ?

(On pourra utiliser  $L(z) \approx \exp(-0.92 - 1.19z - 0.37z^2)$ .)

**Exercice 2 : Recours**

Soit

$$W = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

1. Montrer que  $\max(0, a) \geq \max(0, b) \Rightarrow a \geq b$  ou  $a, b \leq 0$ .

2. Montrer que

$$\begin{cases} \max(0, -b) \geq \max(0, -2a) \\ \max(0, a) \geq \max(0, b) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq b \\ 2a \geq b \end{cases}$$

3. Calculer  $posW$ .

4. Le recours est-il complet ? Si non, donner des conditions sur  $x$  pour que le problème

$$Wy = \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} x$$

soit faisable dans les cas suivants :

- (a)  $h_1$  et  $h_2$  suivent les lois  $\mathcal{U}[2; 4]$  et  $\mathcal{U}[1; 5]$ , problème faisable presque sûrement,
- (b)  $h_1$  et  $h_2$  suivent des lois  $\mathcal{N}(3, 1)$  et  $\mathcal{N}(3, 4)$ , problème faisable avec une probabilité 0.9.