

---

**Quelques calculs d'intégrales : correction.**

---

**Exercice 1** On pose  $t = e^x - 1$ , c'est-à-dire  $e^x = t + 1$  (en particulier,  $e^{2x} = (t + 1)^2$ ). On a alors  $x = \ln(t + 1)$  et  $dx = \frac{dt}{t + 1}$ , d'où

$$\int_1^2 \frac{e^{2x}}{e^x - 1} dx = \int_{e-1}^{e^2-1} \frac{(t+1)^2}{t} \frac{dt}{t+1} = \int_{e-1}^{e^2-1} \left(1 + \frac{1}{t}\right) dt = \left[t + \ln t\right]_{e-1}^{e^2-1}.$$

**Exercice 2**

On pose  $u = e^t + 1$ , c'est-à-dire  $e^t = u - 1$  et  $t = \ln(u - 1)$ . On a alors  $dt = \frac{1}{u-1} du$ , d'où

$$\int_0^1 \frac{1}{e^t + 1} dt = \int_2^{e+1} \frac{1}{u(u-1)} du = \int_2^{e+1} \left(\frac{1}{u-1} - \frac{1}{u}\right) du = \left[\ln(u-1) - \ln u\right]_2^{e+1} = 1 - \ln(e+1) + \ln 2.$$

**Exercice 3** On pose  $u = \sqrt{t}$ , d'où  $t = u^2$ , et  $dt = 2u du$ , donc

$$\int_1^2 \frac{1}{\sqrt{t} + 2t} dt = \int_1^{\sqrt{2}} \frac{2u du}{u + 2u^2} du = 2 \int_1^{\sqrt{2}} \frac{du}{1 + 2u} du = \left[\ln(1 + 2u)\right]_1^{\sqrt{2}}.$$