Université de Bordeaux
L3 MIASHS - UE : Séries chronologiques et économétrie

Séries Chronologiques

Première partie : Etude de différents processus AR

On considère les trois processus suivants :

$$X_t = 1.5X_{t-1} - 0.5X_{t-2} + \varepsilon_t,$$
$$Y_t = Y_{t-1} - 0.25Y_{t-2} + \varepsilon_t,$$
$$Z_t = Z_{t-1} + Z_{t-2} + \varepsilon_t$$

avec (ε_t) un bruit blanc de variance 1.

1. Pour chaque processus, représenter une simulation de $n = 1\,000$ points.
2. En répétant cette observation plusieurs fois, observer le comportement de chacun des processus.
3. En représentant graphiquement les polynômes associés entre -1 et 1, déterminer la stationnarité de chacuns des processus.

Deuxième partie : Processus ARIMA

On s'intéresse maintenant au processus X_t et on note $\tilde{X}_t = \Delta X_t$.

1. Représenter graphiquement $(\tilde{X}_t)$.
2. En déduire que (X_t) est un processus ARIMA et déterminer ses paramètres.
3. En déduire une définition autorégressive du processus $(\tilde{X}_t)$
4. Tracer l'autocorrélogramme de $(\tilde{X}_t)$ et comparer avec les valeurs théorique.

Troisième partie : Estimation des paramètres

On s'intéresse maintenant au processus AR

$$W_t = \frac{W_{t-1}}{3} + \varepsilon_t.$$

1. Déterminer la stationnarité du processus.
2. Représenter graphiquement que l'estimateur des moindre carrés $\hat{\theta}_n$ défini par

$$\hat{\theta}_n = \frac{\sum_{k=1}^{n} W_{k-1}W_k}{\sum_{k=1}^{n} W_{k-1}^2}$$

   converge vers θ.
3. On va maintenant observer la normalité asymptotique. Répeter $N = 1000$ fois la simulation d'un processus (W_t) et stocker la valeur $\hat{\theta}_{1000}$ dans un vecteur $\mathbf{t}$.
4. Représenter l'histogramme de

$$\sqrt{n}\,(\mathbf{t} - \theta)$$

   avec la fonction **hist** en prenant comme paramètre **freq=F**.
5. A l'aide de la fonction **dnorm**, superposer la courbe d'une loi normale $(0, \sigma)$ où $\sigma = 1 - \theta^2$ et conclure.