DISVE Licence	**Année universitaire 2008/2009** **Session 2 d'automne** **PARCOURS : SVTE UE : SVE 100** **Epreuve : SVE 101 Mathématiques 1** **Date : 10 juin 2009 Heure : 8h30 Durée : 1h30** Documents non autorisés. Calculette Bordeaux 1 autorisée. Epreuve de Mme Menini	

Les exercices proposés sont indépendants. Les réponses doivent être justifiées.

Questions de cours.
a) Soit X une variable aléatoire suivant une loi continue de densité f. Exprimer à l'aide de f, $P(a \leq X \leq b)$ et $E(X)$ l'espérance de X.
b) Soient Y une variable aléatoire suivant une loi normale centrée réduite et a un réel strictement positif. Exprimer $P(|Y| > a)$ en fonction de $P(Y > a)$.

Exercice 1.
1) Donner une primitive de la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $x \mapsto \sin(2x+1)$ et de la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $x \mapsto \cos(2x+1)$.
2) Calculer $\displaystyle\int_0^1 \sin(2x+1)\,dx$.
3) Donner la formule d'intégration par parties.
4) Calculer $\displaystyle\int_0^1 4x\cos(2x+1)\,dx$.

Exercice 2.
On considère l'équation différentielle

$$(E)\ :\ y' + y = 1 + x + e^{-x}$$

1) Résoudre

$$(H)\ :\ y' + y = 0$$

l'équation homogène associée à (E).
2) Trouver une solution particulière de (E_1) où

$$(E_1)\ :\ y' + y = 1 + x.$$

3) Trouver une solution particulière de (E_2) où

$$(E_2)\ :\ y' + y = e^{-x}.$$

Tournez la page .../...

4) Donner l'ensemble des solutions de (E).
5) Trouver la solution de (E) satisfaisant $y(1) = 0$.

Exercice 3.
La durée de vie D, exprimée en années, d'une ampoule basse consommation est une variable aléatoire qui suit une loi exponentielle de paramètre λ, ce paramètre dépendant du procédé de fabrication.
1) Soit T_0 tel que $P(D < T_0) = P(D > T_0)$, que vaut $P(D < T_0)$?
2) Déterminer T_0 en fonction de λ pour que $P(D < T_0) = P(D > T_0)$.
Avec le procédé de fabrication A on a un paramètre $\lambda_A = 0.1$ et avec le procédé de fabrication B on a un paramètre $\lambda_B = 0.15$.
Il est mis sur le marché 10000 ampoules fabriquées selon le procédé A et 5000 ampoules fabriquées selon le procédé B. Elles sont indiscernables à l'achat.
3) Quelle est la probabilité qu'une ampoule fabriquée selon le procédé A fonctionne encore au bout de 7 ans ?
4) Quelle est la probabilité qu'une ampoule achetée au hasard ait été fabriquée selon le procédé A ? Dans quel modèle probabiliste vous êtes-vous placé pour donner cette réponse ?
5) Quelle est la probabilité qu'une ampoule achetée au hasard fonctionne encore au bout de 7 ans ?
6) Une ampoule achetée au hasard fonctionne encore au bout de 7 ans, quelle est la probabilité quelle ait été fabriquée selon le procédé A ?

Exercice 4.
Le poids (exprimé en kg) de chaque fromage fabriqué dans une bergerie d'altitude est une variable aléatoire qui suit une même loi normale d'espérance $0.900\,kg$ et de variance inconnue σ^2. On suppose que les poids de fromages différents sont des variables aléatoires indépendantes.
Une coopérative conditionne ces fromages pour expédition par lots de 10. On désigne par L la variable aléatoire poids d'un lot ; ainsi si l'on désigne par X_i la variable aléatoire poids du fromage numéro i on a $L = \sum_{i=1}^{10} X_i$.
1) Quelle est l'espérance de L ?
2) Exprimer la variance de L en fonction de σ^2.
3) Quelle est la loi de L ?
4) Quelle variable aléatoire, fonction de L et σ, suit une loi normale centrée réduite ?
5) La coopérative a constaté que le poids d'un lot dépasse $10\,kg$ avec la probabilité 0.15. Déterminer une valeur approchée de l'écart-type σ.
6) (**Indépendante des réponses aux questions précédentes**)
La variable aléatoire coût d'expédition C d'un lot est de $5\,Euros$ pour un lot ne dépassant pas $10\,kg$, et de $7\,Euros$ pour un lot dépassant $10\,kg$. Déterminer l'espérance et la variance de C.

Barème indicatif : Qcours : 20pts ; Ex1 : 40pts ; Ex2 : 40pts ; Ex3 : 50pts ; Ex4 : 50pts