

## Feuille de TD 2

# 1 Univers, traduction ensembliste

## Exercice 1.

Déterminer l'univers correspondant à l'expérience aléatoire suivante :

1. On lance un dé numéroté à 6 faces et on lit le numéro de la face supérieure.
2. On lance deux dés numérotés à 6 faces que l'on suppose discernables (un rouge et un bleu) et on lit les numéros des faces supérieures.
3. On tire 3 cartes simultanément d'un paquet de 32 cartes et on considère la main obtenue.
4. On tire une carte d'un paquet de 32 cartes, on la regarde, puis on la remet dans ce paquet, ceci 3 fois de suite et on considère les 3 cartes que l'on aura regardées.
5. On lance une pièce de monnaie et on s'arrête au premier pile obtenu.
6. On observe l'erreur commise par une balance dont la précision de l'affichage est la centaine de grammes.

## Exercice 2.

Soient  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont 3 événements d'un univers  $\Omega$ . Traduire en termes ensemblistes en fonction de  $A$ ,  $B$  et  $C$  les événements

$E_1$  = "les trois événements sont réalisés";  $E_2$  = "aucun des trois événements n'est réalisé";  $E_3$  = " $A$  et  $B$  sont réalisés";  $E_4$  = "seuls  $A$  et  $B$  sont réalisés";  $E_5$  = "deux événements au plus sont réalisés";  $E_6$  = "un événement au moins est réalisé" Puis, calculer en fonction de  $P(A)$ ,  $P(B)$ ,  $P(C)$ ,  $P(A \cap B)$ ,  $P(A \cap C)$ ,  $P(B \cap C)$  et  $P(A \cap B \cap C)$   $P(E_2)$ ,  $P(E_4)$  et  $P(E_5)$ .

## Exercice 3.

On suppose que dans un restaurant universitaire on propose deux desserts chaque repas. La probabilité que l'un des deux soit un yaourt est 0.4, une orange 0.8. La probabilité que les deux soient un yaourt et une orange est 0.3. Calculer la probabilité que l'on propose :

- a) un yaourt et pas d'orange.
- b) une orange et pas de yaourt.
- c) ni yaourt ni orange.

# 2 Cas d'équibrosabilité

## Exercice 4.

Une entreprise propose ses employés dans le cadre de la formation continue l'apprentissage de 3 langues différentes : anglais, allemand, espagnol. Un sondage sur 100 personnes a permis de révéler les données suivantes (il est sous-entendu dans la suite que l'on peut suivre plusieurs cours en même temps) :

- 49 suivent le cours d'anglais,
- 49 suivent le cours d'allemand,
- 44 suivent le cours d'espagnol,
- 24 suivent allemand et espagnol,
- 29 suivent anglais et allemand,
- 22 suivent anglais et espagnol,
- 17 suivent les 3 cours.

On demande de calculer la probabilité qu'un employé

- a) ne suive aucun cours,
- b) ne suive qu'un seul cours.

## Exercice 5.

En 1999, 23 % des ménages étaient équipés d'un ordinateur et 28 % d'un téléphone portable. Ils étaient 70 % n'avoir ni ordinateur ni téléphone portable.

- a) Quelle est la probabilité pour un ménage pris au hasard d'être équipé d'un ordinateur et d'un téléphone portable.
- b) Ces chiffres sont contestés et on prétend qu'ils étaient en fait 73 % n'avoir ni ordinateur ni téléphone portable. Est-ce possible ?

## Exercice 6.

Soient  $A$  et  $B$  deux événements tels que  $P(A) = P(B) = \frac{3}{4}$ . Montrer que  $\frac{1}{2} \leq P(A \cap B) \leq \frac{3}{4}$ .

## Exercice 7.

On lance deux dés (un bleu et un rouge) équilibrés, à 6 faces numérotés de 1 à 6.

- a) Quelle est la probabilité que le dé bleu amène un nombre pair ? même question pour le dé rouge.
- b) Quelle est la probabilité que la somme des nombres obtenus soit paire ? soit impaire ?

## Exercice 8.

Soient  $A$  et  $B$  deux événements indépendants. On suppose que la probabilité de  $A$  est  $\frac{1}{2}$  et que celle de  $B$  est  $\frac{1}{4}$ .

- a) Quelle est la probabilité que les deux événements  $A$  et  $B$  se réalisent ?
- b) Quelle est la probabilité qu'au moins un des deux événements  $A$  ou  $B$  se réalise ?
- c) Quelle est la probabilité qu'un seul de ces deux événements se réalise ?

### 3 Dénombrements

**Exercice 9.** Combien de groupes de 4 élèves peut-on constituer dans une classe de 30 élèves.

**Exercice 10.**

On jette deux dés, équilibrés et numérotés de 1 à 6.

1. Quelle est la probabilité d'obtenir 5 comme somme des chiffres ?
2. Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une fois la somme 6 si l'on jette deux fois les deux dés ?
3. Les événements "la somme des chiffres est impaire" et "l'un des chiffres au moins vaut 1" sont-ils indépendants ?
4. Quelle est la probabilité que la somme soit égale à 4 ?
5. Quelle est la probabilité qu'au moins une fois lors de 10 jets consécutifs et indépendants des deux dés, la somme des chiffres soit égale à 4.

**Exercice 11.**

Dans un lot de 100 montres bon marché, 65 montres sont fonctionnelles et 35 montres sont défectueuses. Un client achète 3 montres.

- a) Calculer la probabilité que les 3 montres fonctionnent.
- b) Calculer la probabilité que 2 d'entre elles fonctionnent, la troisième tant défectueuse.

**Exercice 12.**

On appelle *couleur* d'une carte : pique, trèfle, carreau et coeur.

1. On tire simultanément 3 cartes d'un paquet de 32 cartes, quelle est la probabilité d'obtenir 3 cartes de la même couleur ; 3 cartes différentes ; exactement un roi ?
2. Mêmes questions lorsque l'on tire trois cartes successivement avec remise.

**Exercice 13.**

Un facteur distrait distribue au hasard  $n$  lettres dans  $n$  boîtes aux lettres. On suppose que chaque lettre n'a qu'un seul destinataire.

- a) Quelle est la probabilité que chaque destinataire reçoive la lettre qui lui était destinée ?
- b) Quelle est la probabilité que Jacques reçoive la lettre qui lui était destinée ?

**Exercice 14.**

Quelle est la probabilité pour que dans un groupe de TD de 30 étudiants au moins deux d'entre eux aient le même jour anniversaire (on suppose qu'aucun n'est né un 29 février et que les naissances se répartissent de façon uniforme sur l'anne).

**Exercice 15.**

Un programme informatique génère au hasard un code à quatre chiffres. Quelle est la probabilité que ce code

- a) contienne deux fois le chiffre 6 ?
- b) contienne au moins une fois le chiffre 0 ?
- c) contienne deux fois le chiffre 6 et deux fois le chiffre 0 ?

**Exercice 16.**

1. Un code d'accès informatique est composée de 9 chiffres distincts, qu'elle est la probabilité de réussite si l'on fait un code au hasard connaissant ces 9 chiffres ?
2. Maintenant les 9 chiffres ne sont plus nécessairement distincts. Un pirate informatique connaît les chiffres utilisés (1 à 6) et ceux qui sont répétés (1 et 2), quelle est alors sa probabilité de réussite en faisant un code au hasard (on pourra commencer par chercher combien de fois 1 et 2 peuvent tre rpts) ?

**Exercice 17.**

Une urne contient 5 boules blanches et 10 boules noires. On tire au hasard deux fois une boule de l'urne en remettant la boule après tirage.

1. Quelle est la probabilité d'obtenir 1 boule blanche et une boule noire
  - a) dans cet ordre là ?
  - b) dans un ordre quelconque ?
2. Mêmes questions si les tirages se font sans remise.

**Exercice 18.**

Un urne contient 3 boules vertes, 2 rouges et 7 noires. On tire deux boules simultanément, quelle est la probabilité d'avoir 2 boules de couleur différente ? Même question si l'on tire deux boules successivement avec remise ?

**Exercice 19.**

On constitue une file d'attente en distribuant au hasard un numéro d'ordre à  $N$  personnes.

1. Quelle est la probabilité que deux amis soient distants de  $r$  places (c-a-d séparés par  $r - 1$  personnes) ?
2. Quelle est la distance la plus probable entre ces deux amis ?