Université de Bordeaux
Licence de Mathématiques, L3.

Equations différentielles et calcul différentiel
TD 2 - Méthode de la variation de la constante.

Exercice 1. Résoudre les équations différentielles suivantes sur des intervalles appropriés :

$$y' = 5y, \quad y' + 3x^2 y = x^2, \quad x^2 y' + xy = 1, \quad xy' - y = x^2 \sin(x).$$

Exercice 2. Résoudre les équations différentielles suivantes sur des intervalles appropriés :

$$xy' - y = 2x^2,\ y(1) = 5, \quad xy' + y = e^x,\ y(1) = 2.$$

Exercice 3.

1. Trouver la solution continue de
$$y' + y = f(x), \quad y(0) = 0$$
où f est la fonction définie sur $\mathbb{R}_+$ par : $f = 1$ sur $[0, 1]$ et $f = 0$ sur $]1; +\infty[$.
2. Cette solution est-elle dérivable en 1 ?

Exercice 4. On considère l'équation

$$y' - \frac{y}{x} - y^2 = -9x^2 \qquad (E_1)$$

1. Trouver $\alpha > 0$ tel que $y_0(x) = \alpha x$ soit solution particulière de (E_1).
2. On effectue le changement de variables $y(x) := y_0(x) - \dfrac{1}{z(x)}$. Quelle équation différentielle (E_2) vérifie z ?
3. Résoudre (E_2), puis (E_1), sur $]0, +\infty[$.

Exercice 5. Résoudre les équations différentielles suivantes :

1. $y'' - 3y' + 2y = e^x$
2. $y'' - y = -6\cos(x) + 2x\sin(x)$.
3. $4y'' + 2y' + 5y = \sin(x)e^{-x/2}$
4. $y'' + 2y' + 4y = xe^x$, $y(0) = 1$ et $y(1) = 0$.