

Activité 1 : graphes de fonctions

Vincent Bruneau, Institut de mathématiques de l'université de Bordeaux

Voici le prototype de mon prochain moyen de locomotion :

$$f(x) = x^2, x \in [-1, 1]; \quad g(x) = (x - 5)^2, x \in [4, 6]; \quad h(x) = 1, x \in [-2, 8];$$

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{x+2} + 1, x \in [-2, 0]; \quad q(x) = -x + 7, x \in [3, 4];$$

$$r(x) = \sqrt{8-x} + 1, x \in [4, 8]; \quad s(x) = \frac{1}{4}\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{23}{16}, x \in [0, 4]$$

Comment le trouvez-vous ? Vous ne le voyez pas bien ? Et bien, dessinons le !

- (1) Dans un même repère orthonormé allant de -3 à 9 en abscisses et de 0 à 5 en ordonnées, donner l'allure des courbes représentatives de ces différentes fonctions. Exploiter les représentations graphiques des fonctions de référence $x \mapsto ax + b$, $x \mapsto x^2$, $x \mapsto \sqrt{x}$. On s'attachera surtout à donner l'allure et à bien placer les points correspondants aux extrema sur chaque intervalle (inutile d'utiliser la calculatrice)
- (2) Pour couvrir l'habitable, on souhaite maintenant déterminer une fonction (et son intervalle de définition) dont le graphe permet de compléter le dessin (en reliant les points $A(0, 2)$ et $C(3, 4)$) .
 - (a) On choisit de rejoindre les points A et C par une ligne droite, déterminer la fonction $t_0 : x \mapsto t_0(x)$ (et son intervalle de définition) dont le graphe permet de compléter le dessin par une ligne droite entre A et C
 - (b) Si on choisit de rejoindre les points A et C par une ligne courbe de type "parabole", quelle est la forme de la fonction $t : x \mapsto t(x)$ qui a pour graphe cette parabole ?
 - (c) A quelles conditions le graphe de la fonction $t : x \mapsto t(x) = ax^2 + bx + c$ passe par A et C ? Y-a-t'il une seule fonction qui va convenir ?
 - (d) Faites maintenant votre choix du "Design" qui vous plait le plus !
- (3) Un projectile qui est lancé au niveau de l'abscisse 9 suit la trajectoire donnée par la fonction $k : [3, 9] \rightarrow \mathbb{R}$, $k(x) = -\frac{1}{6}x^2 + 2x - 2$.
 - (a) Donner l'allure du graphe de k . Quelles équations doit-on résoudre pour déterminer le point d'impact du projectile sur le véhicule ?
 - (b) Montrer que les graphes des fonctions k et q s'intersectent en un point que l'on déterminera. Déterminer le point d'impact du projectile sur le véhicule.
- (4) Les roues sont-elles vraiment rondes ? Par quelles fonctions faudrait-il remplacer f et g pour avoir des roues rondes ?
- (5) On pourra donner d'autres fonctions dont les graphes ajoutent des éléments au dessin. On peut aussi faire d'autres dessins...