

ANNEE UNIVERSITAIRE 2017 / 2018
S1 D'AUTOMNE

Epreuve : Algèbre 2 - Partiel 1

Date : Vendredi 13 Octobre 2017

Heure : 9h30-10h50 Durée : 1h20

Lieu : A33 Grand Amphi

Documents : non autorisés

Epreuve de : M. Sueur

Surveillants : Eric Balandraud et Elise Goujard

Collège Sciences et technologies

La clarté de la présentation et des explications sera prise en compte dans l'évaluation.

Il est possible d'admettre le résultat d'une question et de passer à la question suivante.

Exercice 1

Soit $\sigma \in S_8$ défini par

$$\sigma = (2, 3, 5)(2, 4)(1, 8, 6, 3)(7, 3, 8)(2, 3)(3, 4)(5, 4).$$

1. Donner la forme explicite de σ (le tableau des valeurs).
2. Déterminer sa décomposition en produit de cycles à supports disjoints ainsi qu'une décomposition en produit de transpositions.

3. Calculer sa signature et son ordre.
4. Calculer σ^{-1} et σ^{2018} sous forme de produits de cycles à supports disjoints.

Exercice 2

Soit $n \geq 2$ un entier. On note $P_n(X) := \sum_{k=0}^n \frac{X^k}{k!}$.

1. Calculer $P_n - P'_n$.
2. Conclure que P_n n'a que des racines simples.

Exercice 3

Soit H un sous-groupe d'un groupe G , avec une loi notée multiplicativement et H strictement inclus dans G .

1. Soit a un élément du complémentaire K de H dans G et x un élément de H . Montrer que ax est un élément de K .
2. En déduire que x est un élément du sous-groupe L engendré par K .
3. Déterminer L .

Exercice 4

Calculer le déterminant de la matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 9 & 3 & 3 \end{pmatrix}.$$