

Devoir maison MATH

Audureau
Théo
Groupe C21.

DM de Math

14.5/20

1/2 3/4/5
4/2.5 4/2

Ex 2: 1) f admet un maximum :

$\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, f(x) \geq f(y)$

2) $\forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R} \exists z \in \mathbb{R}, f(x) \geq f(z) \geq f(y)$

3) $\forall y \in \mathbb{R}, \exists x \in \mathbb{R}, f(x) \leq f(y)$.

α et β ∈ (-∞; +∞) on peut toujours trouver un γ dans l'intervalle, il y aura toujours un α ≤ γ mais aussi un α > γ ou un α = γ.

2.5/4

Ex 1: 1) $(P \vee Q) \Rightarrow (P \wedge Q)$.

P	Q	$P \vee Q$	$P \wedge Q$	$(P \vee Q) \Rightarrow (P \wedge Q)$
F	F	F	F	V
F	V	V	F	F
V	F	V	F	F
V	V	V	V	V

2) $P \Rightarrow Q$

P	Q	$P \Rightarrow Q$	$Q \Rightarrow P$	$(P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow P)$
F	F	V	V	V
F	V	V	F	F
V	F	F	F	F
V	V	V	V	V

???????

3) Comme dans le tableau de vérité 1/1
on a $(P \vee Q) \Rightarrow (P \wedge Q) \mid P \Leftrightarrow Q$

$(P \vee Q) \Rightarrow (P \wedge Q)$	$P \Leftrightarrow Q$
V	V
F	F
F	F
V	V

4/4

donc la proposition $(P \vee Q) \Rightarrow (P \wedge Q)$ est équivalent à $P \Leftrightarrow Q$.

$$\text{Ex 5.1)} \quad \begin{cases} x + 2y - 3z = -7 \\ 4x - 2y + 2z = 14 \\ -3x + y - z = -9 \end{cases} \quad L_2 \rightarrow L_2 / 2$$

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = -7 \\ 2x - y + z = 7 \\ -3x + y - z = -9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = -7 \\ 2x - y + z = 7 \\ -3x + y - z = -9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = -7 \\ 4x - 2y + 2z = 14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x - z = 7 \\ 2x - y + z = 7 \\ -3x + y - z = -9 \end{cases}$$

$$\text{done } x = 2$$

$$\begin{cases} 5x - z = 7 \\ x = 2 \end{cases} \quad x \rightarrow 2$$

$$\begin{cases} 5 \times 2 - z = 7 \\ 10 - z = 7 \\ z = 3 \end{cases}$$

$$\text{done } z = 3; \quad x = 2$$

$$x \rightarrow 2; \quad z \rightarrow 3 \quad \text{done} \quad \begin{cases} 2 \times 2 - y + 3 = 7 \\ 4 - y + 3 = 7 \\ -y = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

$$\text{Solution: } (x, y, z) = (2, 0, 3) \quad 2/4$$

$$(2) \quad \begin{cases} x + 2y - 3z = -7 \\ 4x - 2y + 2z = 14 \\ -5x + z = -5 \end{cases} \quad L_2 \rightarrow L_2 / 2$$

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = -7 \\ 2x - y + z = 7 \\ -5x + z = -5 \end{cases} \quad L_3 \rightarrow L_3 / 5$$

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = -7 \\ 2x - y + z = 7 \\ x = 1 + \frac{1}{5}z \end{cases} \quad x \rightarrow 1 + \frac{1}{5}z$$

$$\begin{cases} 1 + \frac{1}{5}z + 2y - 3z = -7 \\ 2(1 + \frac{1}{5}z) - y + z = 7 \end{cases} \quad \begin{matrix} L_1 \rightarrow L_1 \times 5 \\ L_2 \rightarrow L_2 \times 5 \end{matrix}$$

$$\begin{aligned} L_1 &\Rightarrow 5 + z + 10y - 15z = -35 \\ &\quad 5 - 14z + 10y = -35 \\ &\quad 10y - 14z = -40 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_2 &= 2 + \frac{2}{5}z - y + z = 7 \\ &\quad 2 + \frac{7}{5}z - y = 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 10 + 7z - 5y &= 35 \\ 7z - 5y &= 25 \\ -5y + 7z &= 25 \end{aligned} \quad \text{?????}$$

$$\text{Ex 4: } x - 1 + |x-2| \geq |2x+4|$$

$$\rightarrow x + |x-2| - |2x+4| \geq 1$$

$$\text{On a: } x + x - 2 - (2x+4) \geq 1, x-2 \geq 0, 2x+4 \geq 0$$

$$x - (x-2) - (2x+4) \geq 1; x-2 \geq 0; 2x+4 \geq 0$$

$$x + x - 2 - (- (2x+4)) \geq 1; x-2 \geq 0; 2x+4 < 0$$

$$x - (x-2) - (- (2x+4)) \geq 1, x-2 < 0, 2x+4 < 0$$

$$x \in \emptyset, x \geq 2, x \geq -2$$

$$x \leq -\frac{3}{2}, x \leq 2, x \geq -2$$

$$x \geq -\frac{1}{4}, x \geq 0, x \geq 2, x \leq -2$$

$$x \geq -\frac{5}{2}, x \leq 2, x \leq -2$$

$$\text{donc } x \in \emptyset, x \in [2, +\infty[$$

$$x \leq -\frac{3}{2}, x \in [-2, 2[$$

$$x \geq -\frac{1}{3}, x \in \emptyset$$

$$x \geq -\frac{5}{2}, x \in]-\infty, -2[$$

$$\text{donc } x \in \emptyset$$

$$x \in (-2, -\frac{3}{2}]$$

$$x \in \emptyset$$

$$x \in [-\frac{5}{2}, -2[$$

$$\text{donc } x \in [-\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}] \quad \text{4/4}$$

$$\text{Ex 3: (1)} \quad \sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$n=1 \text{ donc } \frac{1(1+1)}{2} = \frac{2}{2} = 1.$$