université de BORDEAUX	**ANNÉE UNIVERSITAIRE 2020/2021** **CODE UE : 4TPM103 U** (Bases mathématiques pour les sciences) **Devoir Maison**	Collège Sciences &Technologies

17/20

1	2	3	4	5
4	2.5	3.5	4	3

Exercice 1.1 : Table de vérité de $(P \vee Q) \Rightarrow (P \wedge Q)$.

P	Q	$P \vee Q$	$P \wedge Q$	$(P \vee Q) \Rightarrow (P \wedge Q)$
V	V	V	V	V
V	F	V	F	F
F	V	V	F	F
F	F	F	F	V

Exercice 1.2 : Table de vérité de $(P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow P)$.

P	Q	$P \Rightarrow Q$	$Q \Rightarrow P$	$(P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow P)$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	V	F	F
F	F	V	V	V

Exercice 1.3

Nous savons que $(P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow P)$ est égal à $P \Longleftrightarrow Q$ (cf. cours), nous savons aussi qui des propositions sont équivalentes si elles ont les mêmes tables de vérité. Nous pouvons constater que c'est le cas pour les propositions ci-dessus, nous pouvons donc conclure que les propositions $(P \vee Q) \Rightarrow (P \wedge Q)$ et $P \Longleftrightarrow Q$, sont équivalentes. **4/4**

Exercice 2.1

Nous pouvons associer la définition "f admet un maximum" à la proposition : $\exists x \in R, \forall y \in R, f(x) \geq f(y)$.

Exercice 2.2

La définition "f n'admet pas de minimum" correspondrait a la proposition : $\forall x \in R, \exists y \in R, f(x) > f(y)$.

2.5/4

Exercice 3.1 : Démonstration par récurrence de $\sum_{k=1}^{n} k=\frac{n(n+1)}{2}$

Initialisation : Vérifions la proposition pour n=1, P(1).

$\sum_{k=1}^{1} k=1 \;=\; \frac{1(1+1)}{2}$ Donc P(1) est vraie.

Hérédité : On suppose que P(n) est vraie, et on démontre P(n+1).

$\sum_{k=1}^{n+1} k=\frac{n(n+1)}{2}+(n+1)$

<=> $\frac{n(n+1)}{2}+\frac{2(n+1)}{2} \;=\; \frac{n(n+1)+2(n+1)}{2} \;=\; \frac{(n+1)(n+2)}{2} \;=\; \frac{(n+1)((n+1)+1)}{2}$

Donc P(n+1) est vraie.

On a montré que P(1) est vraie, que pour tout n ∈ N*, (P(n) ⇒ P(n + 1)) est vraie donc P(n) est vraie pour tout n ∈ N*.

Exercice 3.2 : Démonstration par récurrence de $\sum_{k=1}^{n} k^3=(\sum_{k=1}^{n} k)^2$

Initialisation : Vérifions la proposition pour n=1, P(1).

$\sum_{k=1}^{1} 1^3=1 \;=\; (\sum_{k=1}^{1} 1)^2$ Donc P(1) est vraie.

Hérédité : On suppose que P(n) est vraie, et on démontre P(n+1).

pourquoi

$\sum_{k=1}^{n+1} k^3=(\sum_{k=1}^{n+1} k)^2$

<=> $(\frac{n(n+1)}{2})^2+(n+1)^2 \;=\; \frac{n^2(n+1)^2}{2^2}+\frac{2^2(n+1)^2}{2^2} \;=\; \frac{(n(n+1))^2+(2(n+1))^2}{2^2} \;=\; \frac{(n+1)^2(n+2)^2}{2^2}$

$= \frac{((n+1)((n+1)+1))^2}{2^2} \;=\; (\frac{(n+1)((n+1)+1)}{2})^2$ Donc P(n+1) est vraie.

On a montré que P(1) est vraie, que pour tout n ∈ N*, (P(n) ⇒ P(n + 1)) est vraie donc P(n) est vraie pour tout n ∈ N*.

3.5/4

Exercice 4

$|x-2|$ = x-2, si x≥2
$|x-2|$ = -x+2, si x<2
$|2x+4|$ = 2x+4, si x≥-2
$|2x+4|$ = -2x-4, si x<-2

Pour x ϵ]-∞ ;-2[:
x-1-x+2≥-2x-4
<=> 2x≥-5
<=> x≥-5/2
S={[-5/2 ;-2[}

Pour x ϵ [-2 ;2[:
x-1-x+2≥2x+4
<=> -2x≥3
<=> x≤3/2
S={[-2 ;-3/2]}

Pour x ϵ [2 ;∞[:
x-1+x-2≥2x+4
<=>0x≥7
S={Ø}

Donc l'ensemble des solutions S={[-5/2 ;-3/2]}. **4/4**

<u>Exercice 5.1 :</u>

$$\begin{cases} x+2y-3z=-7 \\ 4x-2y+2z=14 \\ -3x+y-z=-9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2y-3z=-7 \\ -10y+14z=42 \\ 7y-10z=-30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2y-3z=-7 \\ -70y+98z=294 \\ -2z=-6 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x+2y-3*3=-7 \\ -70y+98*3=294 \\ z=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2*0-3*3=-7 \\ y=0 \\ z=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=0 \\ z=3 \end{cases}$$

L'ensemble des solutions du système est $\begin{cases} x=2 \\ y=0 \\ z=3 \end{cases}$.

<u>Exercice 5.2 :</u>

$$\begin{cases} x+2y-3z=-7 \\ 4x-2y+2z=14 \\ -5x+z=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2y-3z=-7 \\ -10y+14z=42 \\ 10y-14z=-40 \end{cases}$$ <=> impossible à résoudre.

L'ensemble des solutions du système est $\{\varnothing\}$ **????** **Ø, pas {Ø}** **3/4**