

lucas
PITON
PM101E21

DM de Mathématiques

1|2 3|4|5
4|2.5|2|0|4

12.5/20

Exercice 1

1. Table de vérité de $P \vee Q \Rightarrow P \wedge Q$

P	Q	$P \vee Q$	$P \wedge Q$	$P \vee Q \Rightarrow P \wedge Q$
V	V	V	V	V
V	F	V	F	F
F	V	V	F	F
F	F	F	F	V

2. Table de vérité de $P \Rightarrow Q \wedge Q \Rightarrow P$

P	Q	$P \Rightarrow Q$	$Q \Rightarrow P$	$P \Rightarrow Q \wedge Q \Rightarrow P$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	V	F	F
F	F	V	V	V

3. $P \Rightarrow Q \wedge Q \Rightarrow P$ est équivalent à $P \Leftrightarrow Q$
 $P \Leftrightarrow Q$ est équivalent à $P \vee Q \Rightarrow P \wedge Q$ car ils
ont la même table de vérité.

Exercice 2

1) "f admet un maximum"

$$\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, f(x) \geq f(y)$$

2) "f n'admet pas de minimum"

$$\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}, f(x) > f(y)$$

3) Si on pense par l'absurde (on émet l'hypothèse que $\forall y \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}, f(x) \leq f(y)$ est vraie, donc que sa négation est fausse.

$$\exists y \in \mathbb{R}, \forall x \in \mathbb{R}, f(x) > f(y)$$

??
cette fonction est "f n'admet pas de minimum"

??
donc sa négation est "f admet un minimum"

??
on retrouve la fonction de l'énoncé donc elle est vraie

2.5/4

Exercice 3

$$P(m) = \sum_{k=1}^m k = m \frac{(m+1)}{2}$$

initialisation pour $m=1$

$$\sum_{k=1}^1 k = 1 = 1 \frac{(1+1)}{2} \text{ donc } P(1) \text{ est vraie}$$

Hérédité soit $m \in \mathbb{N}$, on suppose $P(m)$ vraie

donc :

$$\sum_{k=1}^{m+1} k = \sum_{k=1}^m k + (m+1) = m \frac{(m+1)}{2} + (m+1)$$

avec $P(m)$ Vrai.

$$\begin{aligned} m \left(\frac{m+1}{2} \right) + (m+1) &= m+1 \left(\frac{m+1}{2} + \frac{1}{2} \right) \\ &= m+1 \left(\frac{(m+1)+1}{2} \right) \quad \text{donc } P(m+1) \text{ est Vrai} \end{aligned}$$

$P(1)$ est Vrai et pour tout $n \in \mathbb{N}$ $P(n) \Rightarrow P(n+1)$
est Vrai donc $P(n)$ est Vrai pour tout $n \in \mathbb{N}$
2/4

exercice 4

$$x-1 + |x-2| \geq |2x+4|$$

$$\text{on a } x-2 \geq 0 \quad \text{si } x \geq 2$$

$$\text{on a } x-2 \leq 0 \quad \text{si } x \leq 2$$

$$\text{on a } 2x+4 \geq 0 \quad \text{si } x \geq -2$$

$$\text{on a } 2x+4 \leq 0 \quad \text{si } x \leq -2$$

$$\text{sur }]-\infty; -2]$$

$$x-1 - (x+2) \geq -2x-4$$

$$-\frac{5}{2} \leq x$$

L'ensemble de solution est $[-\frac{5}{2}; +\infty[$???

$$\text{sur } [-2; 2]$$

$$x-1 + (x+2) \geq 2x+4$$

$$-\frac{3}{2} \geq x$$

L'ensemble de solution est $]-\infty; -\frac{3}{2}]$

$$\text{sur } [2; +\infty[$$

$$x - 1 + (x+2) \geq 2x + 4$$

$$\frac{2x-1}{2} \geq x$$

l'ensemble de solution est $\emptyset$

Donc l'ensemble de solution est

$$]-\infty; -\frac{3}{2}[\cup [-\frac{5}{2}; +\infty[\cup \emptyset \quad \text{????}$$

exercice 5

$$1) \begin{cases} x + 2y - 3z = -2 \\ 4x - 2y + 2z = 14 \\ -3x + y - z = -9 \end{cases} \quad \begin{array}{l} L_2 \rightarrow L_2 - 4L_1 \\ L_3 \rightarrow L_3 + 3L_1 \end{array}$$

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = -2 \\ -10y + 14z = 42 \\ 7y - 10z = -30 \end{cases} \quad \begin{array}{l} L_3 \rightarrow 10L_3 + 7L_2 \end{array}$$

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = -2 \\ -10y + 14z = 42 \\ -3z = -6 \end{cases} \quad \begin{array}{l} y = 3 \\ z = 0 \\ x = 2 \end{array}$$

l'ensemble de solution est $S = \{(2; 0; 3)\}$

$$2) \begin{cases} x + 2y - 3z = -2 \\ 4x - 2y + 2z = 14 \\ -5x + z = -5 \end{cases} \quad \begin{array}{l} L_2 \rightarrow L_2 - 4L_1 \\ L_3 \rightarrow L_3 + 5L_1 \end{array}$$

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = -7 \\ -10y + 14z = 42 \\ 10y + 14z = -40 \end{cases} \quad L_3 = L_3 + L_2$$

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = -7 \\ -10y + 14z = 42 \\ 0 = 2 \end{cases}$$

il n'y a pas de solution $S = \emptyset$ 4/4