SOUBISE

Thibaut

21804530

1	2	3	4	5
3.5	2.5	3.5	4	2

DM BMS

15.5/20

Exercice 1

1)

P	Q	$P \vee Q$	$P \wedge Q$	$(P \vee Q) \Rightarrow (P \wedge Q)$
V	V	V	V	V
V	F	V	F	F
F	V	V	F	F
F	F	F	F	V

2)

P	Q	$P \Rightarrow Q$	$Q \Rightarrow P$	$(P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow P)$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	V	F	V
F	F	V	V	V

3)

P	Q	$P \vee Q$	$P \wedge Q$	$(P \vee Q) \Rightarrow (P \wedge Q)$	$P \Longleftrightarrow Q$
V	V	V	V	V	V
V	F	V	F	F	F
F	V	V	F	F	F
F	F	F	F	V	V

expliquer! 3.5/4

Exercice 2

$\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, f(x) \leq f(y)$.

1) $\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, f(y) \leq f(x)$.
2) $\exists x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}, f(x) \leq f(y)$. faux
3) La proposition à montrer étant :

f : $\forall y \in \mathbb{R}, \exists x \in \mathbb{R}, f(x) \leq f(y)$

Prenons la négations de cette proposition

: $\exists y \in \mathbb{R}, \forall x \in \mathbb{R}, f(x) > f(y)$

Cela veut dire que même pour x=y f(x)=f(y)>f(y) or f(x)=f(y)>f(y) est non une stricte inégalité la négation étant fausse la proposition est vrais. 2.5/4

Exercice 3

1)

Soit f(n)=

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$

Initialisation pour n=1

1+1=2 $\frac{1*2}{2}$=2 donc 1+1= $\frac{1*2}{2}$=2 donc la proposition $\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$ est initialisée pour 1

Hérédité

On admet la proposition que f(n)soit vrais pour ????

On as donc f(n+1)=

On cherche à montré que f(n+1) soit 1+2+3…+n+n+1 = $\frac{(n+1)(n+2)}{2}$ est juste

1+2+3…+n+n+1 = $\frac{n(n+1)}{2}$+n+1=(n+1)($\frac{n}{2}$+1)= =(n+1)($\frac{n+2}{2}$)= $\frac{n^2+3n+2}{2}$

$\frac{(n+1)(n+2)}{2}=\frac{n^2+3n+2}{2}$

On arrive donc bien à montré que f(n+1) est vrais quelque soit f????

Alors f la proposition étant initialisée et l'hérédité démontré f(n) est vrais pour tout n$\geq$ 1 ∈ N*

2)

$P(n)= \sum_{k=1}^{n} k^3 = (\sum_{k=1}^{n} k)^2$

Soit $1^3 + 2^3 + \cdots + n^3 = (1 + 2 + \cdots + n)^2$

Initialisation pour P(1) 1^3=1 1^2=1

La proposition est vrais pour n=1.

On suppose que P(n) est vrais on a donc $1^3 + 2^3 + \cdots + n^3 = (1 + 2 + \cdots + n)^2$ qui est vrais

On cherche maintenant à montrer que P(n+1) soit vrais soit

$1^3 + 2^3 + \cdots + n^3 + (n+1)^3 = (1 + 2 + \cdots + n + n + 1)^2$

Suite à la première question on as $(1+2+\cdots+n+n+1)^2$=$\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$

$1^3+2^3+\cdots+n^3+(n+1)^3=\frac{n^2(n+1)^2}{4}+(n+1)^3$=$(n+1)^2\left(\frac{n^2}{4}+n+1\right)$

=$(n+1)^2\left(\frac{n^2+4n+2}{4}\right)$=$\left(\frac{(n+1)^2(n+2)^2}{4}\right)$

La propriété est initialisée et on a montrer son hérédité elle est donc vrais pour tout $n\geq 1$ dans N*

3.5/4

Exercice 4

x − 1 + |x − 2| ≥ |2x + 4|

x + |x − 2|- |2x + 4|.≥ 1

définition des différentes possibilité

1 :x + |x − 2|- |2x + 4|.≥ $1, x-2\geq 0\ \ \backslash\ 2x+4\geq 0$

2 :x + |x − 2|- |2x + 4|.≥ $1, x-2<0\backslash\ 2x+4\geq 0$

3 :x + |x − 2|- |2x + 4|.≥ $1, x-2\geq 0\backslash\ 2x+4<0$

4 :x + |x − 2|- |2x + 4|.≥ $1, x-2<0\backslash\ 2x+4<0$

Résolution inégalité

Pour possibilité 1

x + x − 2- (2x + 4).≥ 1

x + x − 2- 2x - 4.≥ 1

-6≥1

L'expression est fausse

Donc x∈0

Pour $x-2\geq 0$ pour

x≥2

pour 2x+4≥0

2x≥-4

x≥-2

pour possibilité 2

$x-(x-2)-(2x+4) \geq 1$

$x-x+2-2x-4 \geq 1$

$-2-2x \geq 1$

$-2x \geq 3$

$x \leq -\frac{3}{2}$

pour $x-2<0$

$x<2$

pour $2x+4 \geq 0$

$x \geq -2$

pour possibilité 3

$x+x-2-(-(2x+4)) \geq 1$

$x+x-2+(2x+4) \geq 1$

$x+x-2+2x+4 \geq 1$

$4x+2 \geq 1$

$4x \geq -1$

$x \geq -\frac{1}{4}$

Pour $x - 2 \geq 0$ pour

$x \geq 2$

pour $2x+4<0$

$2x<-4$

$x<-2$

pour la possibilité 4

$x-(x-2)-(-(2x+4)) \geq 1$

$x-x+2+2x+4 \geq 1$

$6+2x \geq 1$

$2x \geq -5$

$x \geq -\frac{5}{2}$

pour $x-2<0$

$x<2$

pour $2x+4<0$

$2x<-4$

$x<-2$

on détermine les intersection

possibilité 1 : $x \in \emptyset$ $x \in [2 ;+\infty[$ $\rightarrow$ $x \in \emptyset$

possibilité 2 : $x \leq -\frac{3}{2}$ $x \in [-2 ;2[$ $\rightarrow$ $x \in \left[-2; -\frac{3}{2}\right]$

possibilité 3 : $x \geq -\frac{1}{4}$, $x \in \emptyset$ $\rightarrow$ $x \in \emptyset$

possibilité 4 : $x \geq -\frac{5}{2}$, $x \in]-\infty ;-2[$ $\rightarrow$, $x \in [-\frac{5}{2} ; -2[$

solutions

$x \in [-\frac{5}{2} ; -\frac{3}{2}]$ **4/4**

Exercice 5

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = -7 \\ 4x - 2y + 2z = 14 \\ -3x + y - Z = 9 \end{cases}$$

4x-2y+2z=14

=2x-y+z=7

a$\begin{cases} x + 2y - 3z = -7 \\ 2x - y + z = 7 \end{cases}$

b$\begin{cases} 2x - y + z = 7 \\ -3x + y - z = -9 \end{cases}$

système a

$\begin{cases} x + 2y - 3z = -7 \\ 4x - 2y + 2z = 14 \end{cases}$ → on additionne les 2 équations → 5x-z=7

Système b

$\begin{cases} 2x - y + z = 7 \\ -3x + y - z = -9 \end{cases}$ → on fait la somme des deux équations on obtient -x=-2→x=2

On a 5x-z=7 avec x=2 donc 10-z=7→z=3

On substitue x et z dans l'équation 2

Donc 2*2-y+3=7→y=0

Après vérification dans le systèmes les valeurs trouvé colle au résultat demandé on a donc (x,y,z)=(2,0,3)

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = -7 \\ 4x + 2y + 2z = 14 \\ -5x + z = -5 \end{cases}$$

$$\downarrow$$

$$x + 2y - 3z = -7$$
$$2x + y + z = 7$$
$$-5x + z = -5$$

Résolution de l'équation 3 par x

$-5x + z = -5$→-5x=5-z→x=-1+$\frac{1}{5}$z

On substitue x par la valeur trouvée dans les deux autres équations. CE qui donne

$$\begin{cases} -1 + \frac{1}{5}z + 2y - 3z = -7 \\ 2(-1 + \frac{1}{5}z) + y + z = 7 \end{cases}$$

On simplifie en multipliant par 5 dans l'équation 1 et 2 on a donc

10y-14z-5=-35→10y-14z=-30→-5y+7z=15

-10+7z+5y=35→7z+5y=45

On additionne les deux équations on obtient

14z=60→z=$\frac{30}{7}$

On substitue z dans l'équation 10y-14z=-30→10y-14$*\frac{30}{7}$=-30→10y-60=-30→10y=30→y=3

On substitue z par la valeur trouvé dans x

x= -1+$\frac{1}{5}$z→-1+$\frac{1}{5}*\frac{30}{7}$→x=-1+$\frac{6}{7}$→x=$\frac{-1}{7}$

après vérification des valeurs trouvées fonctionne dans le système d'équation donc

solutions

(x,y,z)=(-$\frac{1}{7}$, 3, $\frac{30}{7}$) **faux**

2/4