Vidal

Théo

Groupe E21

1	2	3	4	5
4	1	3.5	0	4

Devoir maison numéro 1 de mathématiques

12.5/20

Exercice 1 :

(1)

P	Q	$P \vee Q$	$P \wedge Q$	$(P \vee Q) \Rightarrow (P \wedge Q)$
V	V	V	V	V
V	F	V	F	F
F	V	V	F	F
F	F	F	F	V

(2)

P	Q	$P \Rightarrow Q$	$Q \Rightarrow P$	$(P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow P)$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	V	F	F
F	F	V	V	V

(3) On remarque dans le tableau de la partie 1 de l'exercice que la proposition $(P \vee Q) \Rightarrow (P \wedge Q)$ est vraie lorsque P et Q sont vrais et lorsque P et Q sont faux, or cette proposition est fausse lorsque les propositions P et Q sont opposées, on peut en conclure que $(P \vee Q) \Rightarrow (P \wedge Q)$ est équivalente à $P \Longleftrightarrow Q$.

4/4

Exercice 2 :

(1) f admet un maximum si la proposition logique suivante est vraie :

$\exists x \in R, \forall y \in R, f(x) \geq f(y)$

(2) La définition de f n'admet pas de minimum serait :

$\forall x \in R, \exists y \in R, f(x)\ f(y)$ faux

(3) f est une fonction de R dans R, elle englobe donc tous les nombres réels ????

1/4

Exercice 3 :

(1)

Soit P(n) =

$$\sum_{k=1}^{n} k = n(n + 1)/2$$

Vérifions que P(1) est vraie, P(1) = 1*2/2 = 1

P(1) est vraie

Soit un entier n ≥ 1, supposons que P(n) est vrai et montrons que p(n + 1) l'est également.

P(n+1) = 1 + 2 +… + n + (n+1) = n(n+1)/2 + (n+1) = (n+1)(n/2 + 1) = (n+1)(n+2)/2

Donc P(n+1) est vraie

Par récurrence, pour tout n appartenant à N* :

$$\sum_{k=1}^{n} k = n(n + 1)/2$$ est vraie

(2)

$\Sigma k^3 = (\Sigma k)^2$

Soit P(n) =

$\Sigma k^3 = (\Sigma k)^2 = n^2(n+1)^2/4$ $\sum_{k=1}^{n}$

Vérifions que P(1) est vraie

$\Sigma 1^3 = 1$, $(\Sigma 1)^2 = 1$

P(1) est vraie

Soit un entier $n \geq 1$, supposons que P(n) est vrai et montrons que p(n + 1) l'est également ?

$P(n+1) = 1^3 + 2^3 + \ldots + n^3 + (n+1)^3 = n^2(n+1)^2/4 + (n + 1)^3 = (n+1)^2(n^2/4 + n + 1) =$
$(n+1)^2[(n^2+4n+4)/4] = (n+1)^2(n+2)^2/4$

P(n+1) est donc vraie

Par récurrence, pour tout n appartenant à N*, la fonction est vraie **3.5/4**

Exercice 4 :

$x - 1 + |x - 2| \geq |2x + 4|$

$\Leftrightarrow$

0

$x - 1 + |x - 2| \geq |2x - (-4)|$

L'équation équivaut à $d(x ; -1) + d(x ; -2) \geq d(x ; 2)$. Cette égalité est vérifié si et seulement si $x \geq 3$

Exercice 5 :

$x + 2y - 3z = -7$

$4x - 2y + 2z = 14$ $\Leftrightarrow$ L1 -> L1 – 2L3 et L2 -> L2 + 2L3

$-3x + y - z = -9$

$\Leftrightarrow$

$-5x - 5z = -25$

$-2x = -4 \Leftrightarrow x = 2$

$-3x + y - z = -9$

$\Leftrightarrow$

$-5(-2) - 5z = -25 \Leftrightarrow -5z = -15 \Leftrightarrow z = 3$

$X = 2$

$y = 3x + z - 9 \Leftrightarrow y = 6 + 3 - 9 = 0$

On a donc $x = 2$; $y = 0$ et $z = 3$

(2)

$x + 2y - 3z = -7$

$4x - 2y + 2z = 14 \quad \Leftrightarrow L1 \text{->} L1 + L2$

$-5x + z = -5$

$5x - z = 7$

$4x - 2y + 2z = 14$

$-5x + z = -5$

$5x + 5 - 5x = 7 \Leftrightarrow 5 = 7$

$4x - 2y + 2z = 14$

$z = -5 + 5x$

4/4

Le système 2 n'émet pas de solution